

S 24/16

D 167

A 110

Aus dem Institut für Meereskunde
an der Universität Kiel

Über die raumzeitliche Struktur von Strom-
schwankungen im Meer unter besonderer
Berücksichtigung barokliner Gezeiten

Als Habilitationsschrift

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Christian-Albrechts-Universität
in Kiel

vorgelegt von
F r i e d r i c h S c h o t t

Kiel, im April 1974



G Ü N T E R D I E T R I C H gewidmet

Zusammenfassung

In der vorliegenden Untersuchung geht es um die spektrale Interpretation von Stromschwankungen im Meer durch Modelle interner Wellen.

Zunächst werden verschiedene spektrale Methoden diskutiert, mit denen aus ozeanographischen Zeitreihen auf bestimmte Eigenschaften des Bewegungsfeldes wie z.B. Isotropie oder Rotation geschlossen werden kann. Zur Schätzung des Richtungsspektrums wurde eine hochauflösende Methode zur Anwendung gebracht, die ursprünglich für Zwecke der Geophysik entwickelt worden war.

Mit diesen deskriptiven Verfahren können jedoch nur spektrale Parameter einzelner Meßpunkte oder einzelner Komponenten des Bewegungsfeldes untersucht werden. Es geht jedoch viel Information verloren, wenn z.B. die Stromkomponenten einzeln analysiert werden bzw. nicht zusammen mit denen der benachbarten Stationen.

Um alle verfügbaren Messungen von den in einem Meßgebiet horizontal und vertikal im Meer verteilten Meßgeräten in der Interpretation zusammenfassen zu können, ist eine Modellanpassung entwickelt worden (SCHOTT und WILLEBRAND, 1973), mit der die gemessenen Auto- und Querspektren aller verfügbarer Daten durch ein Modell interner Wellen approximiert werden. Das Modell geht von Stationarität und horizontaler Homogenität aus sowie der Verteilung der Energie auf diskrete Wellenzahlen, die den Eigenfunktionslösungen der vertikal separierten Wellengleichung entsprechen.

In einer Anpassungsrechnung werden Energien und Richtungsverteilung der Energien auf den Wellenzahlenkreisen bestimmt. Die praktische Anpassung erforderte die Erstellung eines relativ umfangreichen Programmes (15K auf der PDP 10). Aus den Modellansätzen sind Tests entwickelt worden, mit denen die Verträglichkeit der Daten mit einem Feld interner Wellen abgeschätzt werden kann. Es handelt sich darum, daß die Spektren und Querspektren für verschiedene Arten interner Wellen bestimmte Relationen untereinander haben müssen.

Mit den verschiedenen Interpretationsmethoden werden Datenansätze aus dem Atlantik und der Nord- und Ostsee untersucht (s. Abb. 1). Bei den atlantischen Messungen lag das Schwergewicht auf der Untersuchung interner Gezeitenwellen, die sowohl zum Test von Modellanpassungen als auch vom hydrodynamischen Standpunkt aus von großem Interesse sind.

Insbesondere ging es darum, zu prüfen, ob interne Gezeitenwellen, wie theoretisch vorhergesagt, in Zonen sog. kritischer Neigung am Schelf erzeugt werden und sich dann zur Tiefsee hin ausbreiten. Es konnte zwar erstmalig mit gewisser Absicherung an einer solchen Schelfzone der Norwegischen See die Erzeugung barokliner Energie festgestellt werden, jedoch zur Energieflußberechnung reichten die Daten aus dem Nordatlantik nicht aus, da nur Einzelstationen zur Verfügung standen, wofür die den Energiefluß bestimmenden Parameter nur doppeldeutig und dazu noch mit großer statistischer Unsicherheit zu bestimmen sind.

Mit verschiedenen Tests wurde gezeigt, daß die Zerlegung von Zeitreihen der Stromprofile in Eigenfunktionen zur Untersuchung der Nichtstationaritäten physikalisch sinnvoll ist. Die so berechneten Zeitreihen der Eigenfunktionen zeigten starke Nichtstationaritäten und nur in einem Fall Andeutung einer Modulation mit den Mondphasen, wie sie die barotropen Komponenten aufweisen.

Die Querspektrenanpassung der Gezeiten durch das Modell war am besten in der Tiefsee, am schlechtesten in Schelfnähe. Eine Interpretation dafür ist, daß in Schelfnähe Phasenkopplung der baroklinen Komponenten untereinander und zur barotropen Komponente vorliegen könnte (das Modell setzt zufällige Phasen voraus), wie sie aus den theoretischen Modellen resultiert.

Die barokline Energie ist in wenigen niedrigen Ordnungen konzentriert und damit gute Voraussetzung für Anwendung des entwickelten Modells gegeben. Die gesamte vertikal integrierte

III

barokline Energie ist in größerer Schelfentfernung nicht geringer als direkt am Schelf, was die Hypothese von der Energieausbreitung vom Schelf zur Tiefsee als alleinige Energiequelle nicht gerade unterstützt. Dann würde man nämlich durch Wechselwirkung mit anderen internen Wellen einen Energieverlust mit Schelfentfernung erwarten.

Die räumliche Struktur von Trägheitswellen und internen Wellen wurde hauptsächlich an Daten aus dem speziell für diese Zwecke angelegten Experiment "GOTLAND 70" untersucht. Es zeigte sich, daß im Gegensatz zum Fall der internen Gezeiten die Energie auf viele Ordnungen verteilt ist. Die horizontalen Kohärenzlängen der Trägheitswellen waren selbst unterhalb der Ekmanschicht noch größer als die Maximalabstände der Meßketten von 40 km. Für die internen Wellen jedoch war die horizontale Kohärenzlänge < 3 km, die vertikale i. a. < 10 m. Obwohl die Trägheitsperiode eine größere vertikale Kohärenzlänge aufwies als die internen Wellen, ergab die Anpassung für sie die schlechteste Qualität, d. h. die relativ größte Summe der quadratischen Fehler, auch wenn die Daten aus der windgetriebenen Deckschicht (Ekmanschicht) bei der Anpassung nicht berücksichtigt wurden. Es war insbesondere die Bedingung vertikal stehender Wellen nicht erfüllt. Mit zunehmender Frequenz erfüllten die Daten diese Bedingung besser, woraus man schließen könnte, daß bei der Trägheitsfrequenz die effektivste Quelle vertikalen Energietransportes in die Tiefe liegt.

Eine Anpassung von Querspektren verschiedener Frequenzen von einer ozeanischen Station zeigte gleichfalls gute Qualität, weitaus bessere als die interner Gezeiten am gleichen Ort, im Gegensatz zu letzterer aber ungefähre Gleichverteilung der Energie auf die baroklinen Komponenten, nicht Konzentration in niedrigen Ordnungen.

Insgesamt ergaben alle Tests und die Modellanpassung, daß die Stromschwankungen im Frequenzbereich interner Wellen sowohl in der Ostsee als auch im Atlantik vorwiegend durch

IV

isotrope interne Wellen bestimmt waren.

Der Vergleich des entwickelten Modells diskreter Wellenzahlen mit dem allgemeineren Modell von GARRETT und MUNK (1972) zeigt, daß beide für verschiedene Grenzfälle von Feldern interner Wellen ausgelegt sind. Ein Kombinationsansatz für die weitere Dateninterpretation wird vorgeschlagen.

Gliederung

	Seite
1. <u>Einleitung</u>	1
2. <u>Deskriptive spektrale Methoden zur Be-</u> <u>stimmung von Parametern interner Wellen</u>	4
2.1 Querspektren und Kohärenzen	4
2.2 Komplexe Zeitserien	7
2.3 Horizontale Richtungsspektren	11
2.3.1 Konventionelle Methode	11
2.3.2 Hochauflösendes Richtungsspektrum nach CAPON	13
3. <u>Modellanpassung</u>	17
3.1 Komponentenweise Anpassung	17
3.2 Erste Ansätze spektraler Relationen	19
3.3 Weiterentwicklung der Methode der Querspektrenanpassung von SCHOTT-WILLEBRAND	20
3.3.1 Modellformulierung	20
3.3.2 Energie und Energiefluß	23
3.3.3 Anpassung	26
4. <u>Interne-Wellen-Eigenschaften von</u> <u>Querspektren</u>	31
4.1 Tests auf Konsistenz mit dem Modell	31
4.2 Unterscheidung von Isotropie und ge- richteter Ausbreitung	32

		Seite
4.2.1	Querspektren für beide Fälle	32
4.2.2	Vertikale Relationen	33
4.2.3	Horizontale Relationen	35
4.3	Quantifizierung der Tests	37
4.4	Zur Berücksichtigung von Turbulenz- anteilen bei der Anpassung	38
4.5	REYNOLDS-Stress im Feld interner Wellen	39
5.	<u>Erweiterung der Ansätze</u>	41
5.1	Übergang zur WKBJ-Approximation	41
5.2	Diskussion des Ansatzes von GARRETT-MUNK zur Anpassung des Gesamtspektrums	42
5.3	Möglichkeit des weiteren Vorgehens bei der Querspektrenanpassung	46
5.4	Das Problem der Nichtstationaritäten	47
6.	<u>Raumzeitliche Struktur von Gezeiten- strömungen</u>	48
6.1	Zur Ursache barokliner Gezeiten	48
6.2	Theoretische Ansätze zur Entstehung barokliner Gezeiten am Schelf	50
6.2.1	Stufenförmiger Kontinentalabhang	50
6.2.2	Stetiger Schelfabfall	54
6.3	Gezeiten am Schelf der Norwegischen See	56
6.3.1	Die Messungen	56
6.3.2	Energieverteilung der Gezeiten	59
6.3.3	Fourierkomponentenanpassung	60
6.3.4	Richtungsspektren	62
6.3.5	Querspektrenanpassung	69

6.4	Übersicht über die weiteren ausgewerteten Experimente	69
6.4.1	Messungen in der Tiefsee	69
6.4.2	Messungen im Schelf und im Flachwasser	74
6.5	Ergebnisse der komponentenweisen Anpassung	76
6.5.1	Zeitvariable Anpassung	76
6.5.2	Fourierkomponentenanpassung und $M_2 - S_2$ - Relationen	81
6.6	Querspektrenanpassung	84
6.6.1	Konsistenz-Tests	84
6.6.2	Anpassung bei Site D	85
6.6.3	Die weiteren Ergebnisse der Anpassung	89
6.7	Diskussion	91
7.	<u>Räumliche Struktur von Trägheitswellen</u>	93
7.1	Frühere Untersuchungen	93
7.2	Trägheitswellen bei "Gotland 70"	96
7.2.1	Energie und Kohärenzen	97
7.2.2	Richtungsspektren	102
7.2.3	Querspektrenanpassung	106
7.2.4	Diskussion	107
7.3	Spektrale Behandlung von Trägheitsschwingungen in der Deckschicht	108
8.	<u>Räumliche Struktur interner Wellen</u>	111
8.1	Untersuchungen an Daten aus der Ostsee	111
8.1.1	Das Meßprojekt "Gotland 70"	111
8.1.2	Stromschwankungen	117

VIII

		Seite
8.1.3	Energieverteilung im Band interner Wellen	119
8.1.4	Kohärenzverhalten und Vergleich mit Modellkohärenzen	123
8.1.5	Richtungsspektren	129
8.1.6	Querspektrenanpassung	129
8.2	Anpassung ozeanischer Daten	132
8.3	Diskussion	137
9.	<u>Schluß und Ausblick</u>	139
10.	<u>Literaturverzeichnis</u>	142
	<u>Anhänge</u>	

1. Einleitung

Zur Jahrhundertwende wurden aus Messungen von Temperatur und Salzgehalt (HELLAND-HANSEN und NANSEN, 1909) mit Kippwasserschöpfern zum ersten Male Anhaltspunkte für interne Schwankungen des Massenfeldes im Meer gefunden. In den großen Expeditionen der folgenden drei Jahrzehnte - u.a. der alten "Meteor" (1925-27) - wurde die Bedeutung dieser Schwankungen in allen Meeren festgestellt. Bis Anfang der sechziger Jahre ist zu diesem Kenntnisstand nicht viel hinzugekommen. Das ist aus der meßtechnischen Lücke erklärlich; gab es doch bis zu diesem Zeitpunkt erst ganze 20 Strommessungen aus der Tiefsee.

Im vergangenen Jahrzehnt ist dann die Meßtechnik schnell fortgeschritten. Es wurden verankerte Meßsysteme mit interner Datenregistrierung - zunächst auf Film, dann auf Magnetband - entwickelt. Die Durchführung von Meßprogrammen war aber immer noch von so hohem Verlustrisiko bzw. hoher Fehlerquote in den Registriereinheiten begleitet, daß im wesentlichen nur Verankerungen an Einzelpositionen ausgebracht und über einige Wochen aufrechterhalten werden konnten. Damit lagen relativ gute Kenntnisse vor über die Zeitskalen des Bewegungsfeldes, wobei allerdings die Vertikalbewegungen nur indirekt aus den Temperaturschwankungen abgeleitet werden konnten. Über die räumlichen Strukturen der Stromschwankungen hingegen konnte fast nichts ausgesagt werden. Selbst die Vertikalstruktur der Bewegung an einer Position ließ sich nur unzureichend interpretieren, da über die Wassersäule von 4000 m Tiefe nur vier bis sechs Meßgeräte verteilt wurden.

Theorie und auch Tankexperimente wiesen darauf hin, daß im Inneren geschichteter Medien, wie dem Ozean, Turbulenz nur in isolierten "patches" auftreten kann und Wellentheorien zur Beschreibung der Bewegungsvorgänge gerade das Gegebene sein sollten (TURNER, 1973). Nun hat aber gerade die Theorie über periodische Vorgänge im inhomogenen Medium (interne Wellen) große Fortschritte im betrachteten Zeitraum gemacht. (Eine Übersicht gibt KRAUSS, 1966). Die gemessenen Daten waren jedoch vielfach nicht

ausreichend, um zwischen verschiedenen Theorien zu diskriminieren, so daß dem "ratlosen Praktiker" sozusagen ein Überangebot an Interpretation angeboten wurde.

Die räumlichen Messungen mit Thermistor-Schleppketten halfen auch nicht weiter, da in ihnen Raum- und Zeitskalen kaum trennbar waren.

Der Stand bis vor kurzem war also zusammengefaßt, daß für die Untersuchung der Stromschwankungen nur Messungen der Projektion des Richtungsspektrums auf die Frequenzachse oder auf die Wellenzahlenachse vorlagen.

(In diesem Stadium haben wir mit einigen Experimenten zur Messung des zweidimensionalen Richtungsspektrums mit Hilfe von Systemen verankerter Meßketten begonnen, zunächst in Nord- und Ostsee, dann im Atlantischen Ozean.

Nun sind einige verankerte Stationen im Meer nicht ausreichend, ein Richtungsspektrum mit befriedigender Auflösung zu messen. Den Mangel an Messungen kann man durch Hineinnahme von Annahmen in die Interpretation teilweise ausgleichen.

(Dieser Weg wurde hier beschritten. Es wurde ein vereinfachtes Modell eines horizontal homogenen Wellenfeldes entwickelt (SCHOTT und WILLEBRAND, 1973), durch das die gemessenen Daten durch Variation freier Parameter approximiert werden. Diese freien Parameter beschreiben dann das Richtungsspektrum des Wellenfeldes. Die Ergebnisse der Modellanpassung müssen durch andere Analysen der Daten abgestützt werden. Dazu gehören verschiedene - hier als deskriptiv bezeichnete - spektrale Verfahren sowie Überlegungen, wie die Daten für wahrscheinliche Spezialfälle des Modelles beschaffen sein müßten.

Ziel der vorliegenden Untersuchung ist es, das Bild über die raumzeitlichen Strukturen der Felder interner Wellen

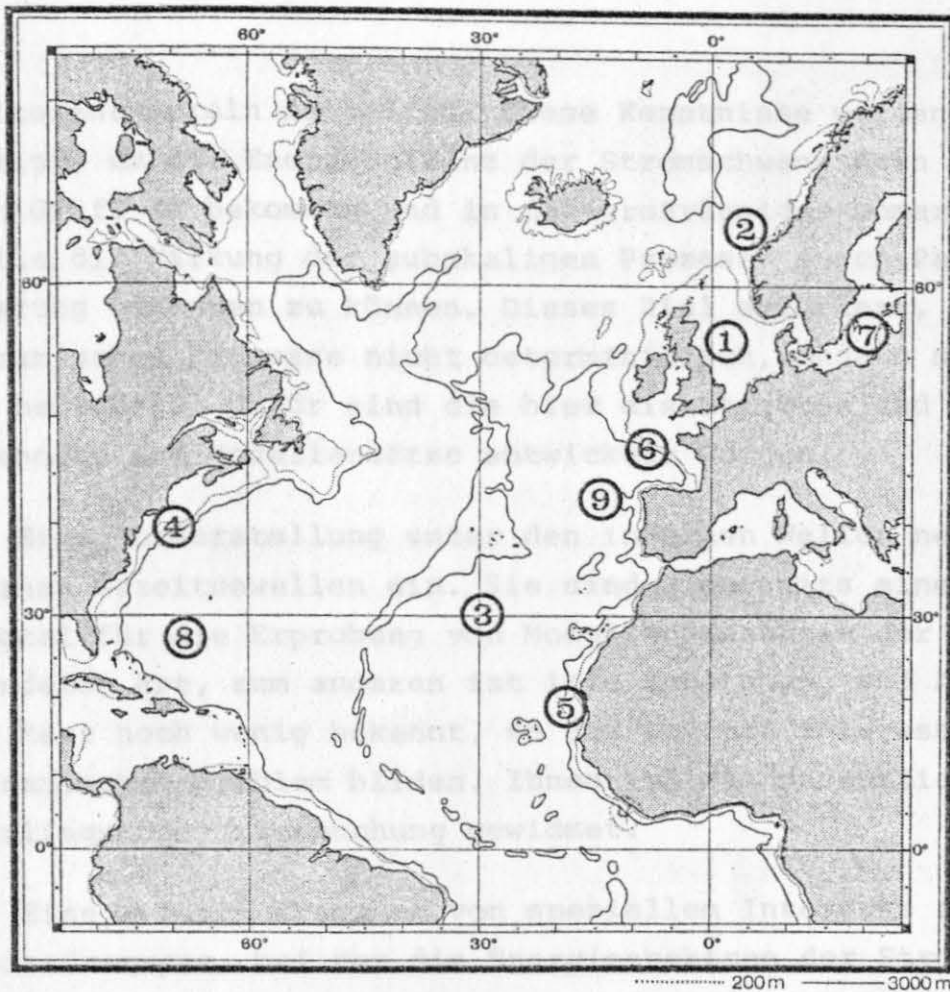


Abb. 1: Meßgebiete, aus denen Daten in der vorliegenden Untersuchung verwendet werden:

- 1 Nordsee (1968, 4, 13)
- 2 Norwegische See (1969, 6, 45)
- 3 Meteorbank (1967, 1, 15)
- 4 Site D (1969, 1, 58)
- 5 NW-Afrika (1972, 1, 13)
- 6 Biscaya (1971, 1, 21)
- 7 Gotlandbecken (1970, 8, 17)

Die Zahlen in () bedeuten: Jahr der Messung, Zahl der benutzten Verankerungen, Meßreihenlänge in Tagen. Positionen 8,9 siehe Kap. 9.

weiterentwickeln zu helfen. Diese Kenntnisse werden u.a. benötigt, um die Energiebilanz der Stromschwankungen im Meer in den Griff zu bekommen und in die großräumigen numerischen Modelle die Wirkung der subskaligen Prozesse durch Parametrisierung einbauen zu können. Dieses Ziel erfordert, die hydrodynamischen Prozesse nicht deterministisch, sondern statistisch zu behandeln. Dafür sind die hier diskutierten und angewandten Methoden und Modellansätze entwickelt worden.

Eine Sonderstellung unter den internen Wellen nehmen die internen Gezeitenwellen ein. Sie sind einerseits eine Art von Eichsignal für die Erprobung von Modellanpassungen der hier verwendeten Art, zum anderen ist ihre Entstehung und Ausbreitung im Meer noch wenig bekannt, so daß sie ein interessantes hydrodynamisches Problem bilden. Ihnen ist ein wesentlicher Anteil der vorliegenden Untersuchung gewidmet.

Eine weitere Frequenz von speziellem Interesse ist die Trägheitsfrequenz, bei der die Energiespektren der Strömungen in allen Meeren eine Energiespitze aufweisen (WEBSTER, 1968).

Für die Untersuchung von internen Wellen und Trägheitswellen werden im folgenden vorwiegend Daten aus dem darauf zugeschnittenen Meßprojekt "GOTLAND'70" benutzt, hinsichtlich der internen Gezeiten werden mehrere Datensätze aus Nordsee und Nordatlantik (s. Abb. 1) bearbeitet.

2. Deskriptive spektrale Methoden zur Bestimmung von Parametern interner Wellen

2.1. Querspektren und Kohärenzen

Die Grunddaten der im folgenden diskutierten Untersuchungen bilden im wesentlichen die Spektren der Meßreihen von Stromkomponenten und Temperaturschwankungen sowie Querspektren zwischen derartigen Meßreihen.

Auf die Einzelheiten der Spektren- und Kohärenzberechnung braucht hier nicht eingegangen zu werden; das sind ausgereifte Standardmethoden (vergl. z.B. JENKINS und WATTS, 1968). Es müssen aber den folgenden Ausführungen einige Definitionen vorangestellt werden.

Nennen wir das Querspektrum zwischen Sensoren an den Orten j, l sowie für die Komponenten n, m

$$A_{jl}^{mn}(\omega) = C_{jl}^{mn}(\omega) - i Q_{jl}^{mn}(\omega) \quad (2.1.1)$$

wobei $C(\omega)$ das Cospektrum, $Q(\omega)$ das Quadratspektrum bedeuten. Dabei ist

$$\begin{aligned} n, m &= 1: \text{Ost}(u) \\ &= 2: \text{Nord}(v) \\ &= 3: \text{Vertikalelevation (bzw. Temperaturschwankung)} \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{-Komponente der Strömung} \end{array} \right.$$

und ω die Kreisfrequenz.

Es gilt für $j = l$ und

$$\begin{aligned} n = m: Q_{jj}^{mm} &= 0, \text{ d.h. } A_{jj}^{mm} = C_{jj}^{mm} \text{ (Autospektrum)} \\ n \neq m: Q_{jj}^{mn} &= -Q_{jj}^{nm}, C_{jj}^{mn} = C_{jj}^{nm} \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

Die Kohärenz soll im folgenden nur in ihrer quadratischen Form

$$K_{jl}^{2\ mn} = \frac{A_{jl}^{*} \cdot A_{jl}^{mn}}{A_{jj}^{mn} \cdot A_{ll}^{nn}} = \frac{Q_{jl}^{2\ mn} + C_{jl}^{2\ mn}}{C_{jj}^{mn} \cdot C_{ll}^{nn}} \quad (2.1.3)$$

verwandt werden; wobei * das konjugiert Komplexe bedeutet.

Die Phasendifferenz folgt gemäß

$$\text{tg} \vartheta^{mn} = - Q_{jl}^{mn} / C_{jl}^{mn}. \quad (2.1.4)$$

Da im folgenden noch darauf zurückgegriffen werden muß und weil immer wieder Unsicherheiten hinsichtlich irgendwelcher Faktoren durch Verwendung verschiedener Definitionen in der ozeanographischen Literatur aufgetreten sind, seien noch zusätzlich kurz die Zusammenhänge zwischen Zeitreihen und Spektren bzw. Querspektren dargestellt.

Die Zeitreihen $u(t)$, $v(t)$ von Ost- bzw. Nordkomponente der Strömung werden als Fouriersummen angesetzt.

$$u = \sum_{\omega} \tilde{u}(\omega) e^{i\omega t}, \quad v = \sum_{\omega} \tilde{v}(\omega) e^{i\omega t} \quad (2.1.5)$$

mit den komplexen Fourierkoeffizienten $\tilde{u}(\omega)$, $\tilde{v}(\omega)$.

Es ist $\tilde{u}(-\omega) = \tilde{u}^*(\omega)$. Die Autospektren sind dann

$$C^{11}(\omega) = 2 \langle \tilde{u}^*(\omega) \tilde{u}(\omega) \rangle, \quad C^{22}(\omega) = 2 \langle \tilde{v}^*(\omega) \tilde{v}(\omega) \rangle \quad (2.1.6)$$

wobei $\langle \dots \rangle$ die statistische Mittelung bedeutet.

Die horizontale kinetische Energiedichte bei Frequenz ω pro Einheitsmasse wird damit

$$E_{\text{kin,hor}}(\omega) = \frac{1}{2} (C^{11}(\omega) + C^{22}(\omega)) \quad (2.1.7)$$

und entsprechend die gesamte kinetische Energie

$$E_{\text{kin,hor}}(\omega) = \frac{1}{2} \langle u^2 + v^2 \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\infty (C^{11}(\omega) + C^{22}(\omega)) d\omega \quad (2.1.8)$$

Das Querspektrum zwischen u- und v-Komponente am gleichen Ort ist entsprechend (2.1.6)

$$A^{12}(\omega) = C^{12}(\omega) - iQ^{12}(\omega) = 2 \langle u^*(\omega) v(\omega) \rangle$$

Die Spektren der Vertikalelevation müssen aus Temperaturmessungen abgeleitet werden. Die Temperaturschwankung T' in einer Tiefe z ist bei horizontaler Homogenität und fehlender Advektion

$$T' = - \frac{d\bar{T}}{dz} \cdot \zeta$$

wobei $d\bar{T}/dz$ das mittlere Temperaturprofil ist. Damit folgt

$$C^{33} = C^{T'T'} \cdot (d\bar{T}/dz)^{-2} \quad (2.1.9)$$

Was die praktischen Durchführungen der Querspektrenberechnung anbetraf, so wurden in den verschiedenen Phasen der Arbeit fortschreitend geänderte und verbesserte Programme zur Anwendung gebracht.

Zunächst stand das von J. Kielmann und W. Krauß erstellte Programm zur Verfügung, das Spektren und Querspektren über die Auto- bzw. Querkorrelationsfunktionen berechnete.

Diese Methode hat den Vorteil, daß durch Wahl der Korrelationsdistanzen die Frequenzen ω_n des Spektrums gewählt werden können. Damit kann z.B. eine Frequenz auf eine Gezeitenkomponente gelegt werden.

Wegen der zu langen Rechenzeiten bei den zahlreichen Querspektren konnte dieses Programm aber nicht weiter benutzt werden. Zusammen mit J. Willebrand wurde dann dieses

Programm mit Hilfe der schnellen Fouriertransformation modernisiert. Da die Zahl der Frequenzen Zweierpotenzen sein müssen, ist keine Frequenzadjustierung auf Linien mehr möglich. Die mit einem Datenfenster vorbehandelten Meßreihen werden in Abschnitte geteilt, für diese Abschnitte die Fourierkoeffizienten berechnet und daraus nach Mittelung über die Abschnitte die Spektren.

Der letzte Schritt war, diese Mittelung über die Abschnitte noch durch eine wahlweise übergreifende Mittelung über die Frequenzen zur Glättung der Spektren zu ergänzen. Dabei wurden auch die Berechnung der statistischen Parameter wie Freiheitsgrade, Konfidenzgrenzen und effektive Bandbreite miteingebaut. Diese Arbeiten führte wiederum J. Kielmann durch.

2.2. Komplexe Zeitserien

Der horizontale Stromvektor einer freien internen Welle beschreibt eine Ellipse, deren Achsenverhältnis f/ω beträgt. Die Stromellipse wird auf der Nordhalbkugel rechtsdrehend durchlaufen. Aus den Spektren der Stromkomponenten lassen sich neue Spektren berechnen, die unmittelbar Parameter zur Analyse dieses Tatbestandes liefern.

Dazu werden die Stromkomponenten zu einer komplexen Zeitserie zusammengesetzt (MOOERS, 1970, 1973):

$$x(t) = u(t) + iv(t) = \sum_{\omega} \tilde{w}(\omega) e^{i\omega t} \quad (2.2.1)$$

mit

$$\begin{aligned} \tilde{w}(-\omega) &= |\tilde{w}(-\omega)| e^{i\theta(-\omega)} = u^*(\omega) + iv^*(\omega) = w^- \\ \tilde{w}(\omega) &= |\tilde{w}(\omega)| e^{i\theta(\omega)} = u(\omega) + iv(\omega) = w^+ \end{aligned}$$

Der erste Term bedeutet einen rechtsdrehenden Kreisstrom der Amplitude $|w(-\omega)|$, der zweite eine linksdrehenden der Amplitude $|w(\omega)|$. Die entsprechenden Autospektren für rechts- und linksdrehende Energie ergeben sich zu

$$C^-(\omega) = \langle \tilde{w}^*(-\omega) \tilde{w}(\omega) \rangle = \langle \tilde{u}^* \tilde{u} + \tilde{v}^* \tilde{v} - i(\tilde{v}^* \tilde{u} - \tilde{u}^* \tilde{v}) \rangle \quad (2.2.2)$$

$$= \frac{1}{2} (C^{11} + C^{22} - 2Q^{12})$$

$$C^+(\omega) = \langle \tilde{w}^*(\omega) \tilde{w}(\omega) \rangle = \frac{1}{2} (C^{11} + C^{22} + 2Q^{12})$$

Diese spektralen Parameter hängen nun nicht mehr von der Orientierung des Koordinatensystems ab.

Anders als bei (2.1.6) muß hier die 2 vor $\langle \dots \rangle$ fehlen, da negative Frequenzen zugelassen sind. Man beachte, daß die Summe wiederum die Summe der Autospektren ergibt.

$$C^- + C^+ = C^{11} + C^{22} \quad *) \quad (2.2.3)$$

Eine wichtige Größe, auf die im weiteren noch zurückzukommen ist, ist das Verhältnis zwischen der Differenz von rechts- und linksdrehender Energie sowie deren Summe:

$$\overline{r} = \frac{C^- - C^+}{C^- + C^+} = - \frac{2Q^{12}}{C^{11} + C^{22}} \quad (2.2.4)$$

mit Rechtsdrehung für $\overline{r} > 0$ und Linksdrehung für $\overline{r} < 0$.

*) Bei verschiedenen Autoren finden wegen verschiedenen Ansatzes sich andere Faktoren bei (2.1.6), (2.1.7) oder (2.2.3). So wird teilweise die Summation auch über negative Frequenzen verstanden, was statt (2.1.6) zu

$$C^{11} = \langle u^* u \rangle$$

führt (GONELLA).

Als weitere wichtige Größe kann man eine Kohärenz zwischen rechts- und linksdrehender Komponente

$$S = |S| e^{2i\theta} = \frac{\langle \tilde{w}^{+*} \tilde{w}^- \rangle}{(\langle \tilde{w}^{+*} \tilde{w}^+ \rangle \langle \tilde{w}^{-*} \tilde{w}^- \rangle)^{1/2}} \quad (2.2.5)$$

definieren (GONELLA, 1972), die die mittlere Orientierung der Ellipse sowie deren Stabilität $|S|$ angibt. Durch Einsetzen von (2.2.1), (2.2.2) folgt

$$S^2 = \frac{(C^{11} - C^{22})^2 + 4 C^{12}{}^2}{(C^{11} + C^{22})^2 - 4 Q^2} \quad (2.2.6)$$

und wiederum

$$\tan 2\theta = \frac{2C^{12}}{C^{11} - C^{22}} \quad (2.2.7)$$

POFONOFF (1969) zeigte, daß durch Drehung des Koordinatensystems um einen Winkel θ gemäß (2.2.7)

das Cospektrum verschwindet, d.h. die Stromkomponenten dann gerade in Quadratur sind. Das ist aber gerade die Darstellung der Stromellipse.

Weitergehend kann man spektrale Zusammenhänge zwischen zwei komplexen Zeitreihen $w_j(t)$, $w_l(t)$ gem. (2.2.1) darstellen, also insgesamt 4 Zeitreihen, um z.B. die

Kohärenz rechts- bzw. linksdrehender Energie zu ermitteln. Dazu müssen entsprechend (2.2.2) noch folgende Querspektren angegeben werden:

$$\begin{aligned}
 A_{j\ell}^{++} &= \langle \tilde{w}_j^{+*} \tilde{w}_\ell^{+} \rangle = \frac{1}{2} \langle \tilde{u}_j^{*} \tilde{u}_\ell + \tilde{v}_j^{*} \tilde{v}_\ell \pm i (\tilde{v}_j^{*} \tilde{u}_\ell - \tilde{u}_j^{*} \tilde{v}_\ell) \rangle \\
 &= \frac{1}{2} \left[C_{j\ell}^{11} + C_{j\ell}^{22} \pm (Q_{j\ell}^{12} - Q_{j\ell}^{21}) \right] \\
 &\quad + \frac{i}{2} \left[Q_{j\ell}^{11} + Q_{j\ell}^{22} \mp (C_{j\ell}^{12} - C_{j\ell}^{21}) \right]
 \end{aligned} \tag{2.2.8}$$

Für $j = 1$ reduziert sich dies auf (2.2.2).

Entsprechend folgt für die Kohärenz

$$\begin{aligned}
 K_{j\ell}^{++} &= \frac{\langle \tilde{w}_j^{+*} \tilde{w}_\ell^{+} \rangle^* \langle \tilde{w}_j^{+*} \tilde{w}_\ell^{+} \rangle}{\langle \tilde{w}_j^{+*} \tilde{w}_j^{+} \rangle \langle \tilde{w}_\ell^{+*} \tilde{w}_\ell^{+} \rangle} \\
 &= \frac{\left[(C_{j\ell}^{11} + C_{j\ell}^{22}) \pm (Q_{j\ell}^{12} - Q_{j\ell}^{21}) \right]^2 + \left[(Q_{j\ell}^{11} + Q_{j\ell}^{22}) \mp (C_{j\ell}^{12} - C_{j\ell}^{21}) \right]^2}{(C_{jj}^{11} + C_{jj}^{22} \pm 2Q_{jj}^{12})(C_{\ell\ell}^{11} + C_{\ell\ell}^{22} \pm 2Q_{\ell\ell}^{12})}
 \end{aligned} \tag{2.2.9}$$

und für die Phasendifferenz

$$\arg(\theta_{j\ell}^{++}) = -\frac{Q_{j\ell}^{+}}{C_{j\ell}^{+}} = -\frac{(Q_{j\ell}^{11} + Q_{j\ell}^{22}) \mp (C_{j\ell}^{12} - C_{j\ell}^{21})}{(C_{j\ell}^{11} + C_{j\ell}^{22}) \pm (Q_{j\ell}^{12} - Q_{j\ell}^{21})} \tag{2.2.10}$$

Bisher sind über das Bewegungsfeld, abgesehen von der Stationarität, noch keine Annahmen gemacht worden. Mit den Größen (2.2.4) - (2.2.8) können Tests für die "Interne-Welle-Eigenschaften" hergeleitet werden, indem die gemessenen Größen mit solchen verglichen werden, die für ein reines Feld interner Wellen aus den Bewegungs-

gleichungen hergeleitet werden können. Vorausgesetzt, daß sich interne Wellen mit zufälligen Phasen überlagern, müßte z.B. im Sub-Trägheitsbereich für freie Wellen $C^- \gg C^+$ sein.

2.3. Horizontale Richtungsspektren

2.3.1. Konventionelle Methode

Wir nehmen zunächst an, die Ausgangsdaten für horizontale Richtungsspektren seien Vertikalelevationen oder entsprechende Parameter z.B. Temperaturschwankungen. Sie seien an n Stationen in gleicher Tiefe gemessen worden. Die Zeitreihen seien bereinigt um ihre Mittelwerte und im weiteren Sinne stationär. Daraus soll nun für eine Frequenz ω_0 ein Wellenzahlspektrum berechnet werden. Es liegt auf der Hand, daß bei der geringen Stationszahl, die normalerweise bei ozeanographischen Experimenten nur zur Verfügung stehen, eine Schätzung des Wellenzahlspektrums statistisch unsicher ist.

Zur Schätzung des Richtungsspektrums werden zunächst aus den Ausgangsdaten die Querspektren A_{ij} zwischen den Meßreihen der Stationen i, j berechnet, d.h. $\frac{M}{2} (M+1)$ für die M Stationen, einschließlich der Autospektren.

Der Schätzwert des Richtungsspektrums ist dann

$$\hat{E}(\omega, \underline{k}) = \frac{1}{M} \sum_{j,l=1}^M \hat{A}_{jl} e^{i \underline{k} \cdot (\underline{x}_j - \underline{x}_l)} \quad (2.3.1)$$

wobei \underline{x}_j der Positionsvektor des j -ten Sensors ist. Selbst wenn das Wellenfeld räumlich homogen ist, werden durch Eichfehler der Instrumente oder, im Falle von Temperaturmessungen, verschiedene mittlere Temperaturgradienten am Sensorort räumliche Inhomogenitäten der Daten erzeugt. Um diesen Effekt zu kompensieren, kann mit Hilfe der Autospektren normiert werden:

$$\hat{E}(\omega, \underline{k}) = \frac{1}{M^2} \sum_{j=1}^M a_{j\omega} e^{i \underline{k} \cdot (\underline{x}_j - \underline{x}_u)} \quad (2.3.2)$$

mit
$$a_{j\omega} = \frac{\hat{A}_{j\omega}}{\sqrt{\hat{A}_{jj} \hat{A}_{uu}}} = \frac{\hat{A}_{j\omega}}{\sqrt{\hat{C}_{jj} \hat{C}_{uu}}}$$

Die Ausgangsdaten sind also die komplexen Kohärenzen.

Eine abgewandelte Form dieser Berechnung des Richtungsspektrums wurde von SCHOTT (1971^a) benutzt. Dabei wurde angenommen, es sei nur das $\hat{E}(\underline{k}, \omega)$ einer einzigen Sinuswelle zu bestimmen. Die Querspektren der Sinuswelle wurden durch Variation der Komponenten des Wellenzahlvektors so variiert, daß sie nach der Methode der kleinsten Quadrate die gemessenen Querspektren approximierten.

Das Richtungsspektrum, das ja bei der schlechten räumlichen Auflösung ozeanographischer Messungen viele Doppeldeutigkeiten enthalten muß - muß nicht nur berechnet, sondern auch interpretiert werden. Die Berechnung ist nach (2.3.1,2) problemlos, bei der Interpretation hilft der sog. array response pattern.

$$AR = \left| \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M e^{i \underline{k} \cdot \underline{x}_j} \right|^2 \quad (2.3.3)$$

Er hat den Wert 1 bei $\underline{k} = 0$ und bei großer Stationszahl nur kleine Nebenmaxima (s. Abb. 2.3.1). Je weniger Stationen benutzt werden, umso mehr und größere Nebenmaxima treten auf.

Ist nun im tatsächlichen Richtungsspektrum, etwa bei \underline{k}_0 , eine Energiespitze vorhanden, dann muß diese Spitze Nebenmaxima ergeben, die in Bezug auf das Hauptmaximum genauso liegen wie im array response pattern.

Weist das Richtungsspektrum an mehreren Stellen Energie auf, ergibt sich damit eine komplizierte Überlagerung mehrerer gegeneinander verschobener response patterns, wodurch die ursprünglich physikalisch bedingten Energiespitzen maskiert werden können.

2.3.2. Hochauflösende Richtungsspektren nach CAPON

Man kann bei gleicher Stationszahl zu einer weit besseren Auflösung in der Wellenzahlebene kommen, wie CAPON et al. (1967) und CAPON (1969) ausgeführt haben.

Dazu wird angesetzt

$$E'(\omega, \underline{k}) = \left\{ \sum_{j,l=1}^M q_{jl}(\omega) e^{i \underline{k} \cdot (\underline{x}_j - \underline{x}_l)} \right\}^{-1} \quad (2.3.4)$$

wobei $q_{jl}(\omega, k)$ die Inverse der Spektralmatrix $a_{jl}(\omega, k)$ ist.

$$q_{jl}(\omega, \underline{k}) = \left\{ a_{jl}(\omega, \underline{k}) \right\}^{-1} \quad (2.3.5)$$

Das Ergebnis dieses Ansatzes ist, daß die Energie E' durch ein Filter gefiltert wird, das wellenzahlabhängig ist und jede monochromatische Welle mit vorgegebener Wellenzahl \underline{k}_0 ungestört durchläßt, alle von \underline{k}_0 verschiedenen Wellenzahlen aber im Sinne der kleinsten Quadrate optimal unterdrückt.

Man nehme nun an, eine ebene Welle der Wellenzahl \underline{k}_0 wandere durch das Meßfeld. An jedem Meßfühler sei zusätzlich eine Rauschkomponente vorhanden, die zwischen den Sensoren inkohärent ist. Bei

genügend langer Meßreihe ist dann die Matrix der normierten Querspektren

$$a_{jl} = \delta_{jl}(R) e^{-i \underline{k}_0 \cdot (\underline{x}_j - \underline{x}_l)} \quad (2.3.6)$$

wobei
$$\delta_{jl}(R) = \begin{cases} 1 & \text{für } j = l \\ 1-R & \text{für } j \neq l \end{cases}$$

Anders geschrieben lautet die Matrix (2.3.6)

$$\underline{F}' = (1-R) \underline{q} \underline{q}' + R \cdot \underline{I} \quad (2.3.7)$$

wobei \underline{q}' ein Spaltenvektor ist, in dem das j -te Element lautet

$$e^{-i \underline{k}_0 \cdot \underline{x}_j}$$

und \underline{q} ein entsprechender Zeilenvektor; $\underline{q} \underline{q}'$ ist das dyadische Produkt und \underline{I} die Einheitsmatrix.

Dabei ist R das Verhältnis der inkohärenten Rauschenergie zur Gesamtenergie eines Sensors, $0 \leq R < 1$.

Capon vergleicht nun $E(\omega, \underline{k})$ und $E'(\omega, \underline{k})$ für Wellenzahlen \underline{k} in der Umgebung von \underline{k}_0 .

Der Spitzenwert für $\underline{k} = \underline{k}_0$ ist $E' = 1 - R + \frac{R}{M}$. An der Stelle, wo $E = 1 - R$ ist, ist bereits

$$E' = \frac{1}{2} (1 - R + R/M),$$

d.h. 50% des Spitzenwertes, während das normale Spektrum nur unwesentlich (ca. 10%) vom Spitzenwert angefallen ist.

Die Auflösung in Wellenzahlraum ist also sehr viel besser im zweiten Fall, das Adjektiv hochauflösend gerechtfertigt.

Capon zeigt weiterhin, daß das Richtungsspektrum mehrerer ebener Wellen bei genügendem Abstand dieser Wellen in der Wellenzahlebene und gutem array response pattern sich linear als Überlagerung der Richtungsspektren E'_i der Einzelwellen ergibt, d.h.

$$E'(\omega_0, k) = \sum E'_i(\omega_0, k). \quad (2.3.8)$$

Die Methode(2.3.4) beruht auf der Invertierung der spektralen Matrix. Das erfordert, daß die Matrix nicht-singulär ist. Für Querspektren langer Meßreihen, die aus Teilstücken mit nachfolgender Mittelung über die Stücke gewonnen wurden, ist gezeigt worden, daß die Nichtsingularität der Spektralmatrix gesichert ist. Für Querspektren kurzer Meßreihen und entsprechend niedriger Freiheitsgrade kann Singularität auftreten. Als Gegenmittel wird etwas inkohärentes Rauschen addiert.

Entsprechend (2.3.7) wird dazu die Querspektralmatrix transformiert in

$$F' = (1-R) a_{ij} + R \cdot I \quad (2.3.9)$$

Diese Matrix ist positiv-definit und kann damit invertiert werden.

Wie CAPON und GOODMAN (1970) gezeigt haben, sind sowohl das Spektrum nach konventioneller Art (2.3.1) als auch das hochauflösende (2.3.6) χ^2 - verteilt mit $2M$ Freiheitsgraden, wenn M die Zahl der Meßreihenelemente ist. Damit können Konfidenzgrenzen angegeben werden. Mit $M = 5$ z.B. liegt die 95%-Konfidenzgrenze des Hauptmaximums bei 50% seines Wertes.

Um aus dem Richtungsspektrum einen Energiefluß berechnen zu können, sind bei der jetzigen Meßtechnik leider noch

Annahmen über die Abhängigkeit der Druckschwankungen von den Stromschwankungen notwendig. Darauf wird im Rahmen weiterer Modellvorstellungen noch einzugehen sein.

Einen Vergleich von konventioneller und hochauflösender Methode zeigt Abb. 2.3.1 für Test-querspektren von zwei ebenen Wellen gleicher Energie. Die eine wandert mit $K_1 = 0.1$ (d.h. $\lambda_1 = 63$ km) in Richtung N, die zweite mit $K_2 = 0.06$ (d.h. $\lambda_1 = 105$ km) in Richtung W. Während die konventionelle Methode beide Wellen nicht auflösen kann und eine Energiespitze zwischen den beiden Wellenzahlvektoren ergibt, trennt die hochauflösende Methode sie bereits deutlich. Das Richtungsspektrum sinkt zwischen den beiden Spitzen um mehr als 20% ab. Die Stationsabstände der Testrechnung entsprechen den später (in Kap.7,8) auftretenden des Experiments Gotland '70.

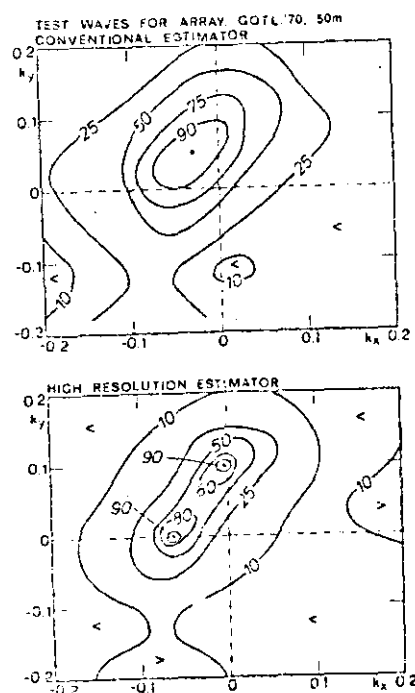


Abb. 2.3.1: Schätzung des Richtungsspektrums nach der konventionellen und der hochauflösenden Methode für 2 Testwellen mit den Sensordistanzen gem. GOTLAND '70.

3. Modellanpassung

3.1. Komponentenweise Anpassung

Ausgegangen wird von den linearisierten Bewegungsgleichungen unter Vernachlässigung von Kompressibilität, Reibung und der Vertikalkomponente der Corioliskraft bei ebenem Boden. Die Väisälä-Frequenz $N(z)$ sei beliebig vorgegeben. Die Vertikalstruktur der Bewegungen ergibt sich (vergl. KRAUSS, 1966) in diesem Problem aus der Eigenfunktionsgleichung

$$\frac{d^2 \psi}{dz^2} + \frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2 - f^2} \psi = 0 \quad (3.1.1)$$

Dabei geht das Vertikalprofil der Elevationen $\zeta(z)$ mit $\psi(z)$, das der Stromkomponenten $u(z)$, $v(z)$ mit $d\psi/dz$. Die Größe $\omega^2/(\omega^2 - f^2)$ ist der Eigenwert.

Die komponentenweise Anpassung ist auf zwei verschiedene Weisen anwendbar. Ein Satz von Zeitreihen $u(z_i, t)$, $v(z_i, t)$ oder $\zeta(z_i, t)$, $i=1 \dots M$, kann unter der Annahme phasenkonstanter Superposition der Eigenfunktionslösungen analysiert werden. Dann wird man Fourierkoeffizienten der Zeitreihen berechnen und daraus durch Anpassung nach der Methode der kleinsten Quadrate die Fourierkoeffizienten der Eigenfunktionen (Modes) berechnen. Ist das für die Stromkomponenten gemacht, so können wiederum aus den Fourierkoeffizienten die Stromellipsen der Modes berechnet werden. Dies Verfahren wurde kürzlich von MAGAARD und McKEE (1974) angewandt. Für die M Fourierkoeffizienten der Vertikalelevationen $\zeta(z_i, t)$, umgerechnet aus den Temperaturschwankungen, benutzten es MAGAARD und KRAUSS (1967).

Die Annahme phasen- und amplitudenkonstanter Modes erscheint für Gezeiten vertretbar, nicht aber für transiente Prozesse. Hier kann man so vorgehen, daß die momentanen Stromprofile bzw. Temperaturprofile (z.B. als Stundenmittel) angepaßt werden. Damit erhält man Zeitreihen der Modes, aus

denen auf die Instationaritäten geschlossen werden kann.

Die komponentenweise Anpassung ist oft benutzt worden, aber i.a. ohne daß eine Fehlerrechnung angeschlossen wurde. Die Fehler sind aber wegen der normalerweise geringen Belegung der Wassertiefe mit Meßgeräten - maximal 6 Strommesser - sehr groß. Die Ausgleichsrechnung gestattet jedoch in relativ einfacher Weise die Berechnung von Fehlern der angepaßten Parameter sowie Konfidenzgrenzen. Sind die Parameter x_1, \dots, x_n aus den Beobachtungen y_1, \dots, y_m zu bestimmen, dann stellt man die linearisierten Fehlergleichungen (in Matrizenform geschrieben)

$$\underline{f} = A \underline{x} - \underline{y} \quad (3.1.2)$$

auf. Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate fordert $\underline{f}' \cdot \underline{f} = \min$ (\underline{f}' ist der Zeilenvektor von \underline{f}). Daraus folgen die sogenannten Normalgleichungen

$$A' \underline{f} = 0 \quad \text{oder} \quad A' A \underline{x} - A' \underline{y} = 0 \quad (3.1.3)$$

(mit A' = Transponierte von A) deren Koeffizientendeterminante bei Unabhängigkeit der Funktionen $A_{1j} x_j$ nicht-singulär ist, so daß das System lösbar ist. Die Fehler der Parameter ergeben sich aus dem mittleren Fehler der Anpassung

$$\sigma^2 = \frac{1}{M-N-1} (\underline{f}' \cdot \underline{f})$$

und den Diagonalelementen C_{jj} der Matrix $(A' A)^{-1}$ zu

$$\sigma_j^2 = \frac{C_{jj}}{M-N-1} (\underline{f}' \cdot \underline{f}) \quad (3.1.4)$$

Dabei ist $M-N-1$ die Anzahl der Freiheitsgrade. Unter der Annahme, daß die Messungen Gauß-verteilt sind, sind die Schätzwerte der Parameter t-verteilt (ZURMÜHL, 1965). Damit lassen sich Konfidenzgrenzen mit den t-Fraktile $t_s(f)$ angeben:

$$x_j = \hat{x}_j \pm t_s(f) \cdot \sigma_j \quad (3.1.5)$$

Mit 90%iger statistischer Sicherheit liegt der wahre Wert

von x_j im Intervall (3.1.5). Bei einer genügend großen Zahl (etwa 100) von Daten ist die Annahme der Normalverteilung näherungsweise für jede Verteilung der Daten erfüllt. Diese Einschränkung ist zwar bei der komponentenweisen Anpassung mit Daten aus nur wenigen Tiefen nicht erfüllt, (3.1.5) sollte aber trotzdem als Anhalt für die Verlässlichkeit der Methode dienen können. Bei 2 Freiheitsgraden ist das 95%-Intervall $4,3 \cdot \sigma_j$. Da bei den analysierten Messungen in der Regel σ_j von der gleichen Größenordnung wie der Parameter selbst war, ist also bei den wenigen Freiheitsgraden der komponentenweisen Anpassung das 95%-Intervall i.a. mehrfach so groß wie der Wert des Parameters. Auch die Bedeutung der Parameter für die Anpassung ist von Interesse. Sie ergibt sich daraus, inwieweit eine kleine Abweichung jedes einzelnen der Parameter vom Wert des Minimums den Fehler der Anpassung vergrößert.

3.2 Erste Ansätze spektraler Relationen

Der erste Versuch, gemessene Querspektren durch Querspektren eines Modells interner Wellen zu interpretieren, wurde von FOFONOFF (1969) für den Fall $N = \text{const.}$ unternommen. Er kam auf anderem Weg auf die Bedeutung der Relation (2.2.4) und zeigte, daß für ebene Wellen gelten muß

$$\Gamma(\omega) = \frac{2Nf}{\omega^2 + f^2} \quad (3.2.1)$$

Weiterhin untersuchte er die verschiedenen Anteile der Energie interner Wellen und kam auf das Verhältnis potentieller zu horizontaler kinetischer Energie von

$$\frac{N^2 C^{23}}{C^{11} + C^{22}} = \frac{N^2}{N^2 - \omega^2} \cdot \frac{\omega^2 - f^2}{\omega^2 + f^2} \quad (3.2.2)$$

FOFONOFF untersuchte Messungen von Strömungen, Temperaturen sowie Vertikalbewegungen, die mit Schwebekörpern registriert worden waren, auf die Konsistenz hinsichtlich ihrer Energieverhältnisse. Das Ergebnis war jedoch nicht sehr befriedigend, was z.T. darauf beruhen dürfte, daß er Meßreihen aus verschiedenen Zeiten und von verschiedenen Meßorten benutzte.

3.3. Weiterentwicklung der Methode der Querspektrenanpassung von SCHOTT - WILLEBRAND

3.3.1 Modellformulierung

Es wird eine quantitative Bestimmung von Parametern interner Wellen aus Querspektren von Zeitreihen der Stromkomponenten und Vertikalelevationen (bzw. Temperaturschwankungen) versucht. Ausgegangen wird von den linearen Bewegungsgleichungen, ebenfalls mit beliebigem $N^2(z)$ sowie der Annahme von Stationarität und horizontaler Homogenität, also zufälligen Phasen der Modes.

Mit dem Ansatz für die Horizontalkomponenten der Strömung u, v , sowie Vertikalelevation ζ in Form von Fouriersummen

$$\begin{pmatrix} u(x, z, t) \\ v(x, z, t) \\ \zeta(x, z, t) \end{pmatrix} = \sum_{k, \omega} e^{i(kx - \omega t)} \begin{pmatrix} \frac{1}{k} \frac{d\psi(k, \omega)}{dz} \begin{pmatrix} \tilde{u}(k, \omega) \\ \tilde{v}(k, \omega) \end{pmatrix} \\ \psi(k, \omega) \tilde{\zeta}(k, \omega) \end{pmatrix} \quad (3.3.1)$$

folgt für die Relationen der Fourier-Amplituden

$$\begin{aligned} \tilde{u}(k, \omega) &= -(\omega \sin \phi + i f \cos \phi) \tilde{\zeta}(k, \omega) \\ \tilde{v}(k, \omega) &= (i f \sin \phi - \omega \cos \phi) \tilde{\zeta}(k, \omega) \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

wobei ϕ die Richtung des Wellenzahlenvektors \underline{k} ist, von Nord aus im Uhrenzeigersinn gezählt.

Die Querspektralmatrix zwischen Komponenten m und n ($1 = u$, $2 = v$, $3 = \zeta$) ergibt sich nach kurzer Rechnung (vergl. SCHOTT und WILLEBRAND, 1973)^{*)} und unter Übergang zur kontinuierlichen Schreibweise mit

$$\langle \tilde{\zeta}(\underline{k}, \omega) \tilde{\zeta}^*(\underline{k}, \omega) \rangle = E(\underline{k}, \omega) d\underline{k} d\omega \quad (3.3.3)$$

^{*)} im Folgenden als SW 73 bezeichnet

zu

$$A^{mn}(z, z', \underline{k}) = C^{mn} - i Q^{mn} = \int E(\underline{k}, \omega) R(\underline{k}, z') \bar{T}(\underline{k}, z) e^{-i \underline{k} \cdot \underline{r}} \quad (3.3.4)$$

wobei $R^{mn}(z, z')$ das Produkt der Eigenfunktionen für die Tiefen z, z' in (3.3.1) bedeutet und die T^{mn} gegeben sind durch

$$\begin{aligned} T^{11} &= \omega^2 \sin^2 \phi + f^2 \cos^2 \phi \\ T^{22} &= \omega^2 \cos^2 \phi + f^2 \sin^2 \phi \\ T^{12} &= (\omega^2 - f^2) \sin \phi \cos \phi + i \omega f; \quad T^{21} = T^{12*} \\ T^{13} &= -\omega \sin \phi - i f \cos \phi; \quad T^{31} = T^{13*} \\ T^{23} &= -\omega \cos \phi + i f \sin \phi; \quad T^{32} = T^{23*} \\ T^{33} &= 1 \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

Jetzt müssen Annahmen über $E(\underline{k}, \omega)$ gemacht werden. Das Eigenfunktionskonzept verlangt, daß nur auf Kreisen $k = k_j$ Energie vorhanden ist. Dies sei dort mit $S_j(\phi)$ verteilt, d.h.

$$E(\underline{k}, \omega) = \sum_j \frac{\bar{E}_j}{k_j} S_j(\phi) \delta(k - k_j) \quad (3.3.6)$$

wobei wir annehmen, daß die Zahl der "energiereichen" Modes N , klein ist. Die Richtungsverteilung wird durch

$$\int_0^{2\pi} S_j(\phi) d\phi = 1 \quad \text{normiert;}$$

damit ist

$$\int E(\underline{k}, \omega) d\underline{k} = \sum_{j=1}^N \bar{E}_j \quad (3.3.7)$$

Mit

$$\underline{r} = (r, \alpha) \text{ und } R_j^{mn} = R_j^{mn}(k_j) \text{ wird aus} \quad (3.3.4)$$

$$A_j^{mn}(r, \alpha, \alpha') = \bar{E}_j R_j^{mn}(r, \alpha') \int_0^{2\pi} S_j(\psi) T(\psi) e^{-ik_j r \cos(\psi_j - \alpha)} \quad (3.3.8)$$

Die Energieverteilung auf dem Kreis k_j muß durch eine physikalisch sinnvolle Funktion beschrieben werden. Eine solche ist

$$S_j(\psi) = \bar{E}_j \cos^{2p_j} \left(\frac{\psi - \bar{\psi}_j}{2} \right) \quad (3.3.9)$$

Dabei bedeutet $\bar{\psi}_j$ die mittlere Ausbreitungsrichtung und p_j bestimmt den Energieabfall von $\bar{\psi}_j$ auf dem Kreis. Die $\bar{\psi}_j$ ergeben sich aus der obigen Normierungsbedingung für $S_j(\psi)$.

Für $p_j \rightarrow \infty$ gibt (3.3.8) eine ebene Welle wieder,
für $p_j \rightarrow 0$ ist die Energieverteilung isotrop.

Eine Verteilung um mehrere mittlere Ausbreitungsrichtungen

$\bar{\psi}_{j,\ell} (\ell = 1, \dots, N_j)$ ist durch eine Summation

$$S_j(\psi) = \frac{1}{\bar{E}_j} \sum_{\ell} \bar{E}_{j,\ell} \bar{E}_{j,\ell} \cos^{2p_{j,\ell}} \left(\frac{\psi - \bar{\psi}_{j,\ell}}{2} \right) \quad (3.3.10)$$

approximierbar. Die Funktion $S_j(\psi)$ sollte die tatsächlichen Richtungsverteilungen der Energie gut genug beschreiben und das Integral in (3.3.8) ist mit diesem Ansatz lösbar. Die Lösungen sind Besselfunktionen mit Koeffizienten, die von den $\bar{\psi}_j$, p_j und α abhängen:

$$A^{mn}(z, z', x) = \frac{1}{z} \sum_{j=1}^{\infty} E_j R_j^{mn} \left\{ D_{\phi}^{mn}(\phi_j, p_j) \cdot f_c(k_j r) + 2 \sum_{\nu=1}^{\infty} D_{\nu}^{mn}(\phi_j, \alpha, p_j) i^{\nu} f_{\nu}(k_j r) \right\} \quad (3.3.11)$$

Die D_o^{mn} und D_y^{mn} sind aus der Tabelle 3.3.1 ersichtlich.*)
Die Koeffizienten sind für $\nu = 0$ gesondert aufgeführt, da in Spezialfällen die f_{ν} für $\nu \neq 0$ verschwinden.

3.3.2 Energie und Energiefluß

Durch einige Umrechnungen kann aus den mit der Anpassung bestimmten Parametern die Energie bestimmt werden.

Die mittlere Gesamtenergie pro Masseneinheit des Feldes interner Wellen in der Tiefe z ist

$$U(z) = \frac{1}{2} \langle u^2 + v^2 + w^2 + N^2 \zeta^2 \rangle$$

Die quadratischen Mittelwerte ergeben sich mit (3.3.1-3) zu
(3.3.12)

$$\left. \begin{aligned} \langle u^2 \rangle \\ \langle v^2 \rangle \end{aligned} \right\} = \sum E_j \frac{\psi_j'^2}{k_j^2} \left[(\omega^2 + f^2) + (\omega^2 - f^2) \frac{p_j(p_j-1)}{(p_j+1)(p_j+2)} \omega^2 \phi_j^2 \right] \Delta \omega$$

$$\langle \zeta^2 \rangle = 2 \sum E_j \psi_j^2 \Delta \omega \quad \text{und} \quad \langle w^2 \rangle = \omega^2 \langle \zeta^2 \rangle$$

Wie man sieht, ist für den isotropen Fall ($p_j = 0$)

$$\langle u^2 \rangle = \langle v^2 \rangle$$

Schon für $p_j \leq 1$ kann der winkelabhängige Term in (3.3.12) vernachlässigt werden.

Die Energiedichte ergibt sich zu

$$U(k, \omega, z) = \frac{1}{2} E(k, \omega) \left\{ \frac{\omega^2 + f^2}{k^2} \psi'^2 + (\omega^2 + N^2) \psi^2 \right\} \quad (3.3.13)$$

und daraus durch Summation

$$U(\omega, z) = \frac{1}{2} \sum E_j \left\{ \frac{\omega^2 + f^2}{k_j^2} \psi_j'^2 + (\omega^2 + N^2) \psi_j^2 \right\} \quad (3.3.14)$$

*) siehe Abb. 3.3.1

Die Integration von (3.3.14) mit $\psi(0) = \psi(H) = 0$ und (3.1.1) ergibt mit

$$\int_0^H \psi_j^2 dz = \frac{\omega_j^2 - f^2}{k_j^2 (\omega_j^2 + N^2)} \int_0^H \psi_j'^2 dz$$

$$U(\omega) = \sum E_j \omega^2 \int_0^H \frac{\psi_j'^2}{k_j^2} dz \quad (3.3.15)$$

Eine sinnvolle Normierung der Eigenfunktionen ist

$$\int_0^H \psi_j'^2 dz = k_j^2 \quad (3.3.15a)$$

Damit wäre die Gesamtenergie direkt der Summe der E_j proportional.

Für $N^2 = \text{const}$ ist $\psi_j'^2 = \left(\frac{H''}{H} \right)^2 \omega^2 \frac{H''}{H} z$ und aus (3.3.15) folgt dann

$$U = \omega^2 \frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2} \frac{H}{2} \sum E_j$$

Das Verhältnis potentieller zu horizontaler kinetischer Energie wird

$$V(\omega, z) = \frac{E_{pot}}{E_{kin, hor}} = \frac{\sum E_j \psi_j^2(z) N^4(z)}{\sum E_j \frac{\psi_j'^2(z)}{k_j^2} (\omega^2 + f^2)} \quad (3.3.16)$$

Vertikalintegration der beiden Energien ergibt das Verhältnis

$$V = \frac{\omega^2 - f^2}{\omega^2 + f^2} \cdot \frac{\sum E_j \int \frac{N^2}{N^2 \omega^2} \frac{\psi_j'^2}{k_j^2} dz}{\sum E_j \int \frac{\psi_j'^2}{k_j^2} dz} \quad (3.3.17)$$

woraus mit $N^2 = \text{const}$ die von FOFONOFF (1969) bereits angegebene Relation (3.2.2) folgt. FOFONOFF benutzte diese Relation für die Interpretation von Daten aus einzelnen Tiefen, führte also nicht die Vertikalintegration durch. Wie noch gesagt wird, reicht zwar auch eine Integration

über einen kleineren Tiefenbereich aus, wenn hohe Ordnungen überwiegen. Hier dürfte aber ein weiterer Grund dafür liegen, daß FOFONOFF's Datenvergleich nicht zufriedenstellend ausfiel.

Der Energieflußdichtevektor $\vec{F}(\omega)$ hat die Komponenten

$$\begin{aligned} \vec{F}_x(\omega) &= \frac{1}{2} \langle \tilde{u} \tilde{p}^* + \tilde{u}^* \tilde{p} \rangle \\ F_y(\omega) &= \frac{1}{2} \langle \tilde{v} \tilde{p}^* + \tilde{v}^* \tilde{p} \rangle \end{aligned} \quad (3.3.18)$$

wobei \tilde{p} die Fourieramplituden der Druckschwankungen ^{*)} sind und zu den $\tilde{f}(\underline{x}, \omega)$ in der Beziehung

$$\tilde{p}(\underline{x}, \omega) = \frac{\omega^2 - f^2}{k} \tilde{f}(\underline{x}, \omega) \quad (3.3.19)$$

stehen.

Damit ergibt sich z.B.

$$\langle \tilde{u} \tilde{p}^* \rangle = \sum_{\underline{x}, \omega} (\omega \sin \phi + i f \cos \phi) \langle \tilde{f} \tilde{f}^* \rangle \frac{\omega^{12}}{k^2} \frac{\omega^2 f^2}{k} \quad (3.3.20)$$

Mit (3.3.3), (3.3.8) und (3.3.10) folgt für $F_x(\omega)$ und entsprechend $F_y(\omega)$

$$\left. \begin{aligned} F_x(z) \\ F_y(z) \end{aligned} \right\} = \frac{\omega(\omega^2 - f^2)}{2} \sum \frac{E_j}{k_j} \frac{\psi_j^{12}}{k_j^2} \frac{p_j}{p_j + 1} \left\{ \begin{aligned} \sin \phi_j \\ \cos \phi_j \end{aligned} \right. \quad (3.3.21)$$

Mit der Normierung (3.3.15) und der Phasengeschwindigkeit $C_j = \omega / k_j$ erhält man für die Energieflußdichte in der gesamten Wassersäule

$$\left. \begin{aligned} F_x \\ F_y \end{aligned} \right\} = \frac{\omega^2 - f^2}{2} \sum E_j C_j \frac{p_j}{p_j + 1} \left\{ \begin{aligned} \sin \phi_j \\ \cos \phi_j \end{aligned} \right. \quad (3.3.21a)$$

^{*)} gemeint ist der kinematische Druck

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

Inspiziert man den Energiefluß in (3.3.21) im Vergleich mit der Halbwertsbreite Δ der Energieverteilung auf dem Wellenzahlenkreis in Abb. 5.1.1, dann sieht man, daß der Energiefluß erst für die Verteilungen sehr nahe der isotropen stark zurückgeht. Für $\mu = 4$ z.B. beträgt er noch 80% des Spitzenwertes, die Halbwertsbreite ist aber schon fast 100° ; bei 180° Halbwertsbreite beträgt der Energiefluß noch 50% des Spitzenwertes.

Wie sich noch zeigen wird, ist allerdings der Energiezufluß aus Daten einer Einzelverankerung schlecht zu bestimmen, da dann die \hat{p}_j - besonders in höheren Breiten - nur geringen Einfluß auf die Güte der Anpassungen haben.

3.3.3 Anpassung

a) Formulierung

Die freien Parameter E_j , ϑ_j , p_j ($j = 1 \dots N$) in (3.3.11) werden nun durch Anpassung der berechneten Querspektren $A^{ms}_{ns}(\gamma_s, \alpha_s, \beta_s, \tilde{\gamma}_s)$ an die gemessenen Querspektren $A^{ms}_{ns}(\gamma_s, \alpha_s, \beta_s, \gamma_s)$ berechnet.

Sind Daten von M Instrumenten vorhanden, so bedeutet das eine maximale mögliche Zahl von $9 \cdot M$ ($M+1$)/2 Querspektren aller drei Komponenten der Bewegung. Für die Stromkomponenten allein ist 9 durch 4 zu ersetzen. Die Anpassung würde

$$F = \sum_{s=1}^S \left\{ (C_s - \hat{C}_s)^2 + (\alpha_s - \hat{\alpha}_s)^2 \right\} = M, n \quad (3.3.22)$$

erfordern.

Ein wichtiger Einwand gegen die Anpassung ist, daß normalerweise die baroklinen Strömungen in der Oberschicht des Meeres sehr stark, darunter geringer sind. Man würde also schon eine gute Anpassung erhalten können, wenn nur einige dominierende Auto- und Querspektren aus der Oberschicht gut angepaßt, die Daten aus tieferen Schichten jedoch fehlangepaßt wären. Das kann verhindert werden

durch Einführung von Skalierungsfaktoren, die die einzelnen Terme auf gleiche Größenordnung bringen.

Ein zweiter Grund für die Notwendigkeit einer Skalierung ist, daß nicht alle Elemente der Querspektralmatrix gleiche Dimension haben, da die Zeitreihen aus Strömungen und Vertikalbewegungen (umgerechnet aus Temperaturen) bestehen. Eine mögliche Skalierung für die ζ -Zeitreihen wäre z.B. $\omega \cdot [N^2 - \omega^2] / (\omega^2 - f^2)^{1/2}$, wobei N^2 ein mittlerer Wert der quadrierten Väisälä-Frequenz über die Wassersäule sein soll.

Eine günstige Lösung des Skalierungsproblems ist die Normierung mit den Autospektren. Dann sind alle Summanden von etwa gleicher Größenordnung und dimensionslos. Wir benutzen also

$$F = \sum z_s [(c_s - \hat{c}_s)^2 + (q_s - \hat{q}_s)^2] = n_m \quad (3.3.23)$$

$$\text{mit } \eta_s = \frac{1}{C(u, z_s, z_s) \cdot C(c, z'_s, z'_s)} \quad (3.3.23a)$$

Die Fehlerrechnung wird in gleicher Weise wie unter 3.1 durchgeführt. Dazu wird die Funktion um das gefundene F_{\min} herum entwickelt, um auf das linearisierte Gleichungssystem (3.1.2) zu kommen.

Die mittleren Fehler der Parameter ergeben sich zu

$$\sigma_c = \sqrt{(a_{cc})^{-1} \frac{F_{\min}}{\nu}}$$

wobei $(a_{11})^{-1}$ die Diagonalglieder der inversen Ausgleichsmatrix sind, ν die Zahl der Freiheitsgrade.

Die Güte der Gesamtanpassung wird mit dem Quotienten

$$F_{\min}/F_0$$

beschrieben, wobei F_0 die Quadratsumme in (3.3.23) mit $C_s, Q_s = 0$ bedeutet. Dieser Quotient ist also die gewichtete Fehlersumme geteilt durch die gewichtete Summe der benutzten Auto- und Querspektren.

b) Freiheitsgrade

Ein Problem, das noch nicht voll befriedigend gelöst ist, ist die Zahl ν der in die Fehlerrechnung eingehenden Freiheitsgrade. In SW 73 wurde die Zahl der nicht eindeutig abhängigen Querspektren minus der Zahl der Anpassungsparameter angesetzt. Das ist insofern nicht befriedigend, als z.B. die Querspektren zwischen Reihen i,j und i,k zwar nicht formal, aber doch indirekt eine Schätzung der Größenordnung des Querspektrums zwischen j,k gestatten. Letzteres ist also "nicht ganz" unabhängig.

Eine andere Möglichkeit wäre, die Zahl der Unabhängigen als Zahl der Meßreihen multipliziert mit der Zahl der Freiheitsgrade der Querspektren anzusetzen. Auch dies ist nicht optimal, da ja z.B. eine beliebig lange Reihe mit einer großen Zahl von Freiheitsgraden keinen vernünftigen Datensatz für eine Anpassung hergibt.

Eine Abschätzung nach unten erhält man, indem man das Minimum beider Werte nimmt.

Bei fünf Strommessern sind nach ersterer Methode formal 60 Cospektren und 40 Quadratspektren unabhängig. Sei die Zahl der Freiheitsgrade bei Schätzung der Querspektren gleich 10, dann ergibt die zweite Methode gleichfalls 100 Unabhängige. Bei einer Anpassung mit 3 Modes ergeben sich demnach in beiden Fällen 88 Freiheitsgrade.

Die Zahl der Freiheitsgrade wird i.a. bei der Querspektrenanpassung im Unterschied zur komponentenweisen Anpassung groß genug sein, um für die Fehler eine t-Verteilung anzunehmen, selbst wenn die Querspektren nicht normal-verteilt sein sollten.

c) Probleme der Signifikanz

Selbst wenn die gemessenen Bewegungsvorgänge ideale interne Wellen gemäß den Voraussetzungen des SW 73-Modelles wären, würde durch die mit der Berechnung der spektralen Parameter verbundenen statistischen Fehler ein "Restrauschen" in den Querspektrensätzen verursacht, das die Güte der Anpassung mindert. Im Prinzip werden diese statistischen Fehler mit zunehmender Meßreihenlänge immer geringer. Die vorliegenden Meßreihen sind jedoch nur wenige Wochen lang. Sie dürften aber ohnehin nicht so lang sein, daß sich die mittlere hydrographische Situation wesentlich ändert. In jedem Falle müssen die statistischen Fehler berücksichtigt werden.

Folgende Möglichkeiten wurden erwogen bzw. eingesetzt:

- aa) Für Querspektren kann grob angesetzt werden, daß sie nicht signifikant von null verschieden sind, wenn die Kohärenz nicht signifikant ist.

Eine Möglichkeit des praktischen Vorgehens wäre also, bei solchen Paarungen, die insignifikante Kohärenzen aufweisen, die Querspektren null zu setzen. Das wird im Folgenden an Datensätzen auch probiert. Diese sorungsartige Abschneidung ist allerdings wenig befriedigend. In mehr als 90% der Daten eines großen Experimentes waren nämlich die Kohärenzen insignifikant. Das ist auch zu erwarten, wenn sich zahlreiche Modes überlagern, wie noch dargelegt werden wird.

- bb) Eine andere Möglichkeit ist, die Wichtung der einzelnen Summanden der Anpassungsfunktion (3.3.23) stetig vorzunehmen, und zwar nach der Größe des Kohärenzwertes. Die Summanden werden zusätzlich zu (3.3.23a) einfach mit der gemessenen Kohärenz multipliziert, d.h.

$$\lambda_s = \frac{\hat{k}^2_{m_s, n_s}}{\hat{\sigma}_{m_s, m_s} \hat{\sigma}_{n_s, n_s}} = \hat{C}^2_{m_s, n_s} + \hat{Q}^2_{m_s, n_s} \quad (3.3.25)$$



Bei dieser Wichtung wird der Beitrag der Autospektren zur Anpassung angehoben. Das ist bei großer Gerätezahl von Vorteil, da die Zahl der Querspektren überproportional zu den Autospektren mit der Gerätezahl steigt. Bei normaler Wichtung wird daher die Anpassung der Autospektren mit steigender Gerätezahl schlechter.

- cc) Eine abgeschwächte Form von aa) ist die Wahl einer anderen Konfidenzgrenze als 95%. Die 67%-Konfidenzgrenze der Kohärenz würde z.B. bei 57 Freiheitsgraden - die in zwei Datensätzen folgender Abschnitte auftreten - eine Konfidenzgrenze von nur 0.04 statt der 95%-Konfidenzgrenze von 0.33 bedeuten. Diese Methode wurde allerdings nur einmal zum Vergleich mit den anderen beiden angewandt.

Die Methode aa) und bb) brachten im Quotient F_{\min}/F_0 gewaltige Reduktionen, änderten andererseits aber die Parameter der Anpassung nicht wesentlich, so daß mit ihnen tatsächlich der Einfluß des Rauschens auf die Anpassung reduziert worden ist.

Eine Abschätzung ergab, daß bei der ursprünglichen Form der Wichtung für ca. 50 Freiheitsgrade, wie sie später in einem Datensatz auftreten, $F_{\min}/F_0 \approx 0.2$ bei der Wichtung 3.3.23a der beste erreichbare Wert ist, der Rest ist der Fehler des Rauschens.

Ist der Quotient F_{\min}/F_0 groß, z.B. > 0.5 , so besagt das noch nicht unbedingt, daß die Daten nicht durch interne Wellen zu interpretieren sind.

4. Interne-Wellen-Eigenschaften von Querspektren

4.1. Tests auf Konsistenz mit dem Modell

Die gemessenen Querspektren müssen bestimmte Bedingungen erfüllen, wenn sie durch das Modell beschreibbar sein sollen. Daraus können Datentests entwickelt werden.*)

Aus (3.3.5) sieht man, daß für eine Linearkombination der Strömungsquerspektren der Integrand in (3.3.4) verschwindet. Es ist

$$2\omega f (A^{11} + A^{22}) - (\omega^2 + f^2)(A^{12} - A^{21}) = 0 \quad (4.1.1)$$

Das ergibt zwei Konsistenz-Tests, je einen für Real- und Imaginärteil:

$$Q^{21} - Q^{12} = \Gamma (C^{11} + C^{22}) \quad (4.1.2a)$$

$$C^{12} - C^{21} = \Gamma (Q^{11} + Q^{22}) \quad (4.1.2b)$$

mit
$$\Gamma = \frac{2\omega f}{\omega^2 + f^2}$$

Diese Relationen müssen für beliebige vertikale und horizontale Separationen (z, z', r, ω) gelten. Sie gelten im übrigen auch, wenn nicht vertikal stehende, sondern vertikal- fortschreitende Wellen dem Modell zugrunde liegen.

Für die Querspektren $A^{mn}(z, z', r=0)$ von nur vertikal separativen Meßreihen kommen weitere Bedingungen hinzu:

Die A^{mn} sind dann reell (3.3.4), d.h.

$$Q^{mn}(z, z', 0) = 0 \quad (4.1.3)$$

Für die Querspektren zwischen den Stromkomponenten gilt

$$A^{21}(z, z', 0) = A^{12}(z, z', 0) \quad (4.1.4)$$

*) Diese Rechnungen wurden angeregt durch Überlegungen von P. MÜLLER (pers. Mitteilung) für ein allgemeineres Modell interner Wellen.

d.h. je zwei Tests für die Co- und Quadraturespektren

$$c^{21} = c^{12} \quad \text{und} \quad Q^{21} = -Q^{12}$$

Für die vertikalen Querspektren zwischen Vertikalkomponente und Horizontalkomponenten gilt noch

$$\begin{aligned} fC^{13} - Q^{23} &= 0 \quad \text{und} \\ fC^{23} + Q^{13} &= 0 \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

sowie entsprechend wegen $T^{mn} = T^{nm*}$ in (3.3.5)

$$\begin{aligned} fC^{31} + Q^{32} &= 0 \\ fC^{32} - Q^{31} &= 0 \end{aligned}$$

Auf die praktische Auswertbarkeit dieser Tests wird noch eingegangen werden.

4.2. Unterscheidung von Isotropie und gerichteter Ausbreitung

4.2.1. Querspektren für beide Fälle

Die theoretischen Querspektren vereinfachen sich für die beiden Extremfälle von Isotropie ($p = 0$) bzw. gerichteter Wellenausbreitung ($p \rightarrow \infty$). Für die Peak-Ausbreitung wird mit (3.3.4), (3.3.5):

$$\left. \begin{aligned} A^{11}(z, z', r, \alpha) &= \sum E_j R_j^{11}(z, z') \left(\omega^2 \sin^2 \phi_j + f^2 \cos^2 \phi_j \right) \\ A^{22}(z, z') &= \sum E_j R_j^{22}(z, z') \left(\omega^2 \cos^2 \phi_j + f^2 \sin^2 \phi_j \right) \\ A^{12}(z, z') &= \sum E_j R_j^{12}(z, z') \left(\frac{\omega^2 - f^2}{2} \sin 2\phi_j + i\omega f \right) \\ A^{13}(z, z') &= \sum E_j R_j^{13}(z, z') (-\omega \sin \phi_j + if \cos \phi_j) \\ A^{23}(z, z') &= \sum E_j R_j^{23}(z, z') (-\omega \cos \phi_j + if \sin \phi_j) \\ A^{33}(z, z') &= \sum E_j R_j^{33}(z, z') \end{aligned} \right\} e^{-ik_j r \cos \phi_j} \quad (4.2.1)$$

Für den Fall der Isotropie wird in Tab. 3.3.1 $\gamma_c = 1$
und $\gamma_r = 0$ und damit ergibt sich für die Querspektren:

$$\begin{aligned}
 A_{11}^{11}(z, z', r, \lambda) &= \frac{\omega^2 + f^2}{2} \sum \left\{ f_1(k, r) \pm \frac{\omega^2 - f^2}{\omega^2 + f^2} \cos 2\lambda f_2(k, r) \right\} E_j R_j^{11}(z, z') \\
 A_{21}^{12}(z, z', r, \lambda) &= \omega f \sum \left\{ i f_1(k, r) \mp \frac{\omega^2 - f^2}{2\omega f} \sin 2\lambda f_2(k, r) \right\} E_j R_j^{12}(z, z') \\
 A_{31}^{13}(z, z', r, \lambda) &= \sum f_1(k, r) (\pm i \omega \sin \lambda - i f \cos \lambda) E_j R_j^{13}(z, z') \\
 A_{22}^{23}(z, z', r, \lambda) &= \sum f_1(k, r) (\pm i \omega \cos \lambda + f \sin \lambda) E_j R_j^{23}(z, z') \\
 A^{33}(z, z', r, \lambda) &= \sum f_1(k, r) E_j R_j^{33} \quad (4.2.2)
 \end{aligned}$$

Dieser zweite Spezialfall führt auf interessante Spektral-
relationen für die Dateninterpretation.

4.2.2. Vertikale Relationen

Für diesen Fall reduzieren sich wegen Wegfalls des
Exponentialtermes die Querspektren auf:

$$A^{mn}(z, z', 0) = \sum_j E_j R_j^{mn}(z, z') D_0^{mn}(\psi_j, \rho_j) \quad (4.2.3)$$

mit den D_0^{mn} aus Tab. 3.3.1.

Es gelten zunächst die Beziehungen aus 4.1. Dazu kommen aber
noch weitere:

a) Für gleiche Tiefe ($z = z'$)

aa) Die Kohärenz zwischen den beiden Stromkomponenten wird

$$K^{12}(z, z', 0) = \frac{[\sum E_j \cdot 2\omega f]^2 + [(\omega^2 - f^2) \sum E_j \cdot f_j \sin 2\psi_j]^2}{[(\omega^2 + f^2) \sum E_j]^2 - [(\omega^2 - f^2) \sum E_j \cdot f_j \cos 2\psi_j]^2} \quad (4.2.4)$$

(wobei $E_j R_j(z', z) = E_j'$ gesetzt werden kann)

mit
$$\tilde{f}_j = \frac{f_j (p_j - 1)}{(p_j + 1)(p_j + 2)}$$

Für den Fall der Isotropie ($p_j = 0$) wird $\tilde{f}_j = 0$

$$K^{12}(z, z', 0)_{\text{isotr.}} = \left(\frac{2\omega f}{\omega^2 + f^2} \right)^2 = \underline{\underline{\Gamma^2}} \quad (4.2.5)$$

Für $p > 0$ ist $K^{212} > K^{212}_{\text{isotr.}}$, wie aus (4.2.4) ersichtlich
Die isotrope Kohärenz ist also die Minimumkohärenz für
interne Wellen. Mit dieser Beziehung kann man gemessene
Kohärenzspektren vergleichen.

bb) Aus den Stromkomponenten läßt sich über (4.2.3)
mit der Ellipsenstabilität noch mehr aussagen.
Es war (2.2.6)

$$S^2(z, z', 0) = \frac{(C^{11} - C^{22})^2 + 4C^{212}}{(C^{11} + C^{22}) - 4Q^{212}}$$

Daraus wird

$$S^2 = \frac{\sum_{j,l} E_j E_l \tilde{f}_j \tilde{f}_l \cos(\phi_j - \phi_l)}{\sum_{j,l} E_j E_l} \quad (4.2.6)$$

Für Isotropie ($\tilde{f}_j = 0$) wird $S^2 = 0$

Auch für Peak-Ausbreitung ist normalerweise $S^2 < 1$.
Der Maximalwert $S^2 = 1$ wird nur erreicht, wenn alle Wellen
in gleicher Richtung laufen ($\phi_j = \phi_l$) bzw. nur eine Welle
vorhanden ist. Wenn die Ellipsenstabilität nicht signifikant
ist - die Konfidenzgrenzen entsprechen wegen ihrer Kohärenz-

definition auch denen einer Kohärenz - braucht das Wellenfeld noch nicht isotrop zu sein. Bei hoher Zahl der Freiheitsgrade kann insignifikantes S^2 jedoch als Isotropieindikator betrachtet werden.

b) Für verschiedene Tiefe (z, z')

aa) Die Cospektren zwischen den Stromkomponenten verschwinden

$$C^{12}(z, z', 0) = 0, \quad C^{21}(z, z', 0) = 0 \quad (4.2.7)$$

bb) Für Isotropie muß selbstverständlich die Kohärenz der rechtsrotierenden gleich der linksdrehenden Energie sein, wie man auch leicht aus (2.2.9) ersieht:

$$K_{\text{isotr.}}^{2+}(z, z', 0) = K_{\text{isotr.}}^{2-}$$

cc) Die Querspektren zwischen Stromkomponenten und Vertikalelevation müssen im Fall der Isotropie verschwinden, d.h.

$$C^{m3} = 0, \quad Q^{m3} = 0, \quad C^{3m} = 0, \quad Q^{3m} = 0, \quad \text{mit } m = 1, 2.$$

Damit werden auch die entsprechenden Kohärenzen null:

$$K^{2m3} = 0, \quad K^{23m} = 0 \quad (m = 1, 2) \quad (4.2.8)$$

4.2.3. Horizontale Relationen

Die Horizontalkohärenz wird wegen der Besselfunktionen für den anisotropen Fall Maxima und Minima aufweisen. Beispiele werden in späteren Abschnitten diskutiert. Interessant ist wiederum der Fall der Isotropie.

aa) Aus 4.2.2. ist sofort ersichtlich, daß dann einige Quadratspektren verschwinden müssen, nämlich

$$Q^{mm}(z, z, r) = 0, \quad (4.2.8)$$

was einfach dadurch zu interpretieren ist, daß bei Isotropie keine horizontalen Phasendifferenzen der einzelnen Komponenten auftreten, $\theta^{mm}(z, z, r) = 0$.

bb) Für die Horizontalkohärenzen der einzelnen Komponenten ergeben sich folgende Beziehungen, wobei Vereinfachungen für kleine Abstände ($k_j r \ll 1$) angesetzt werden:

$$K^{2mm}(z, z, r) = \left\{ \frac{\sum_j \left[1 - \left(\frac{k_j r}{2} \right)^2 \right] E_j R_j^{mm}(z, z)}{\sum_j E_j R_j^{mm}} \right\}^2 \quad (4.2.9)$$

wegen

$$J_0(k_j r) \approx 1 - \left(\frac{k_j r}{2} \right)^2$$

Daraus folgt

$$K^{2mm}(z, z, r) = \left[1 - \frac{r^2}{4} C' \right]^2 \quad (4.2.10)$$

Die quadrierte Kohärenz nimmt also für kleine Abstände quadratisch ab. Für die Kohärenz zwischen u- und v-Komponente gilt der gleiche Abfall mit der Entfernung, nur ist sie stets kleiner als (4.2.10), nämlich

$$K^{212}(z, z, r) = r^2 K^{2mm}(z, z, r). \quad (4.2.11)$$

cc) Anders ist es bei den Kohärenzen zwischen Vertikal-komponente und den Horizontalkomponenten. Für $r = 0$ sind sie null (4.2.8). Sie wachsen für $r > 0$ zu einem Maximalwert bei r_{\max} an und fallen für $r > r_{\max}$ wieder ab, wenn weitere Terme von $J_1(k_j r)$ zum Tragen kommen.

Der Anstieg von $r = 0$ aus geht wegen $J_1(k_j r) \approx \frac{k_j r}{4}$ mit r^2 :

$$K^{2m3} = C'' r^2 \quad (m = 1, 2) \quad (4.2.12)$$

Die isotrope Kohärenz ist wiederum Minimumkohärenz, die anisotrope Kohärenz ist immer größer.

Für hohe Modezahlen müssen die Horizontalabstände der Meßketten sehr klein sein, um diese räumlichen Zusammenhänge verifizieren zu können. Beispiele werden im weiteren noch diskutiert.

4.3. Quantifizierung der Tests

Das Problem ist, die Querspektren der Daten auf die vorstehend diskutierten Relationen zu testen und zwar so, daß die verschiedenen Testgrößen für die Nichterfüllung auch miteinander vergleichbar sind.

Zunächst war eine Normierung der Testgrößen durch Absolutbeträge angesetzt worden. Für (4.1.2a) ergab das folgende Testgröße:

$$T_{j1} = \frac{\Gamma(\hat{C}_{ji}^{11} + \hat{C}_{ji}^{22}) + (\hat{Q}_{ji}^{11} - \hat{Q}_{ji}^{22})}{\Gamma(|\hat{C}_{ji}^{11}| + |\hat{C}_{ji}^{22}|) + |\hat{Q}_{ji}^{11}| + |\hat{Q}_{ji}^{22}|}$$

Hierbei ist aber nicht die statistische Unsicherheit bei Bestimmung der Spektren berücksichtigt, d.h. T_{j1} kann groß sein, obwohl die Bewegungen nicht gegen die Bedingung verstoßen.

Eine überzeugendere Quantifizierung ist die von J.Willebrand vorgeschlagene Quantifizierung der Tests durch die Varianzen der Spektren, z.B.

$$T_1 = \frac{\hat{Q}_{00}^{12} - \hat{Q}_{00}^{21} + \Gamma(\hat{C}^{11} + \hat{C}^{22})}{\hat{\sigma}_Q^{12} + \hat{\sigma}_Q^{21} + \Gamma(\hat{\sigma}_C^{11} + \hat{\sigma}_C^{22})} \quad (4.3.1)$$

wobei z.B. - vgl. JENKINS und WATTS (1968, S.189) -

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{Q_{ji}^{11}} &= \sqrt{\text{Var}(\hat{Q}_{ji}^{11})} = \left\{ \frac{1}{\nu} (\hat{C}_{ji}^{11} \hat{C}_{ji}^{11} - \hat{C}_{ji}^{22} + \hat{Q}_{ji}^{22}) \right\}^{1/2} \\ \hat{\sigma}_{C_{ji}^{11}} &= \sqrt{\text{Var}(\hat{C}_{ji}^{11})} = \left\{ \frac{1}{\nu} (\hat{C}_{ji}^{11} \hat{C}_{ji}^{11} + \hat{C}_{ji}^{22} - \hat{Q}_{ji}^{22}) \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

mit ν = Zahl der Freiheitsgrade

Für die Bedingungen 4.1.3 wird der Test entsprechend

$$\bar{T}_3 = \frac{\hat{Q}''(z, z', z'')}{\sigma Q''} ; \quad \bar{T}_4 = \frac{\hat{Q}''(z, z', z'')}{\sigma Q''} \quad (4.3.3)$$

Obwohl die Testgrößen T_1 - T_4 statistisch fundiert sind, sind sie doch signifikant verschieden in Fällen, in denen gleiche Größenordnung herauskommen sollte. Zur Prüfung der Tests wurden Querspektren von Zufallszahlenreihen berechnet und in T_1 - T_4 eingesetzt. Dabei waren immer $T_1, \bar{T}_2 < T_3, T_4$. Das liegt daran, daß sich im Zähler von T_1, T_2 Werte gegenseitig kompensieren können, nicht aber bei T_3, T_4 . Beim jetzigen Stand können daher die T_1, T_2 nicht mit den T_3, T_4 absolut verglichen werden.

4.4. Zur Berücksichtigung von Turbulenzanteilen bei der Anpassung

Im Meer überlagern sich die durch Turbulenz und interne Wellen bedingten Stromschwankungen. Bei der Anpassung eines Modelles interner Wellen verbleibt ein nicht anpaßbarer Rest. Zu dem Wellenmodell muß ein Turbulenzmodell mit freien Parametern hinzugefügt werden. Das Problem ist, daß über die Frequenz-Wellenzahlrelation der Turbulenz fast nichts bekannt ist. Man weiß lediglich, daß die räumlichen Skalen für eine gegebene Frequenz erheblich kleiner als die interner Wellen sind. Erste Ansätze für die Herleitung von Dispersionsbeziehungen erstellte WOODS (1973). Diese Arbeiten sind jedoch noch nicht so weit gediehen, daß ein Anpassungsmodell daraus hergeleitet werden könnte.

Die Unterscheidung von Turbulenz und internen Wellen aus den spektralen Parametern ist nicht möglich.

Die Tatsachen von Isotropie und verschwindenden räumlichen Kohärenzen sprechen noch nicht für ein isotropes internes Wellenfeld, das gilt für isotrope Turbulenz genauso.

Die lokale Turbulenz im Auftriebsbereich hat das Energiespektrum (TURNER, 1973).

$$E(k) = c N^2 k^{-3},$$

die Konstante c ist jedoch vertikal variabel, die Turbulenz hat keine vertikale Struktur. Man kann also nicht, ähnlich wie für interne Wellen mit der WKBJ-Approximation

$$E_{\text{turb}} = f(N(z))$$

ansetzen.

Eine Möglichkeit, Turbulenzanteile zu berücksichtigen, ist mit der Annahme des Verschwindens jeglicher Kohärenz möglich. Dann sind bei der Querspektrenanpassung einfach nur zusätzliche Turbulenzanteile in die Autospektren einzusetzen. Diese werden dann als freie Parameter unabhängig von den Wellen-Querspektren angepaßt. Dazu wurden einige Beispiele durchgerechnet, wegen der mangelnden theoretischen Fundierung ist diese Methode jedoch unbefriedigend.

4.5. REYNOLDS-Stress im Feld interner Wellen

Mit den Querspektralfunktionen können leicht die REYNOLDS-Stress-Terme zwischen den verschiedenen Bewegungskomponenten eines Feldes interner Wellen hergeleitet werden.

Die Beziehung lautet mit der Querkorrelationsfunktion

$H(\omega)$ für $\omega^2 = 0$, z.B. für den u,v -Term

$$\tau^{12} = H^{12}(0) = \langle u(t) v(t) \rangle = \int_0^\infty C^{12}(\omega) d\omega \quad (4.5.1)$$

d.h. der REYNOLDS-Stress bedeutet das Integral über das Cospektrum. Der im Internen-Wellen-Band gelegene Anteil von $\tilde{\tau}$ läßt sich auswerten. Für den uw -REYNOLDS-Stress wird wegen $\tilde{w} = -i\omega \tilde{f}$

$$\tau^{m3} = H^{m3}(0) = - \int_0^N C^{m3}(\omega) \omega d\omega \quad (4.5.2)$$

mit $m = 1, 2$.

Setzt man aus (4.2.3) ein, dann folgt

$$\bar{\tau}^{12} = \frac{1}{2} \int (\omega^2 - f^2) \bar{E}_j(\omega) R_j^{12}(z, z, \omega) j_{1j}(\omega) \sin^2 \phi_j(\omega) d\omega$$

$$\bar{\tau}^{13} = f \int \omega \bar{E}_j(\omega) R_j^{13}(z, z, \omega) j_{1j}(\omega) \cos \phi_j(\omega) d\omega$$

$$\bar{\tau}^{23} = f \int \omega \bar{E}_j(\omega) R_j^{23}(z, z, \omega) j_{2j}(\omega) \sin \phi_j(\omega) d\omega$$

Der uv-Stress verschwindet, wenn die Wellen entlang einer der beiden Achsen wandern und ist maximal auf den beiden Winkelhalbierenden. Entsprechend der Formulierung bei den Stromellipsen kann man also wieder eine Achsentransformation so durchführen, daß eine Achse in Richtung des maximalen, eine in Richtung des minimalen Stresses zeigt.

Für Isotropie ist $j_1^u = 0, j_2^v = 0$ und damit $\bar{\tau}^{mn} = 0$.

Für Peak-Ausbreitung sind $j_1^u = 1, j_2^v = 1$ und die Stresse maximal.

Die Stressterme $\bar{\tau}^{13}, \bar{\tau}^{23}$ sind proportional f ; sie beruhen auf der Neigung der Orbitalbahn gegen die Vertikale infolge der Einwirkung der Corioliskraft.

Im Zusammenhang mit den gemessenen Scherungen der mittleren Strömungen kann man jetzt Wechselwirkungen zwischen den internen Wellen und dem mittleren Stromfeld berechnen.

Bei Isotropie ist keine Wechselwirkung vorhanden. Man sollte also zuerst das Wellenfeld auf Isotropie untersuchen, was mit statistischer Absicherung möglich ist, ehe man aus zeitlichen Ableitungen von Temperaturzeitreihen unter Vernachlässigung mehrerer Terme Zeitreihen der vertikalen Geschwindigkeitskomponente berechnet, um abschätzen zu können, ob aus dem Frequenzband interner Wellen überhaupt ein Beitrag kommen kann.

5. Erweiterung der Ansätze

5.1 Übergang zur WKBJ-Approximation

Bisher war die Ordnung der Eigenfunktionen als niedrig angesehen worden. Geht man zu höheren Ordnungen über mit zahlreichen vertikalen Wellenlängen, dann kann angenommen werden, daß sich $N(z)$ auf einer Wellenlänge nicht stark ändert. Dann folgt mit der WKBJ-Approximation (z.B. PHILLIPS, 1966, S. 174) aus

$$\psi'' + k^2 \frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2 - f^2} \psi = 0$$

$$\psi(z) = \frac{1}{(N^2(z) - \omega^2)^{1/4}} e^{\pm i \frac{k}{\sqrt{\omega^2 - f^2}} \int_{z_0}^z \sqrt{N^2(z') - \omega^2} dz'} \quad (5.1.1)$$

Aus der Kontinuitätsgleichung folgt damit nach Mitteln über ein Tiefenintervall als quasilokale Beziehung

$$\sqrt{\langle u^2 \rangle}, \sqrt{\langle v^2 \rangle} \sim N, \text{ d.h. } E_{\text{kin, hor}}(z) \sim N(z) \quad (5.1.2)$$

Diese Beziehung sollte sich im Meer leicht prüfen lassen. WEBSTER (1969) wertete die umfangreichen Messungen bei Site D (s. Abb. 1) aus und fand, daß die gemessenen kinetischen Energien - wenn auch mit großer Streuung - eine Vertikalabhängigkeit wie $N(z)$ zeigten. WEBSTER nahm allerdings die Varianzen der Stromkomponenten für die Berechnung der kinetischen Energie, hätte jedoch nur einen Teil des Interne -Wellen-Bandes benutzen dürfen. Der Anteil der Energie im Interne -Wellen-Bereich ist zwar groß, trotzdem ist das Ergebnis zweifelhaft. Insbesondere ist auch schwer vorstellbar, daß bei langen internen Wellen die Ordnung energiereicher Modes so hoch ist, daß die WKBJ-Approximation immer gestattet ist.

FOFONOFF und WEBSTER (1971) normierten Spektren der horizontalen kinetischen Energiedichte aus verschiedenen Tiefen bei Site D mit $N(z)$. Die Spektren wichen danach, besonders im Interne -Wellen-Bereich, nur noch wenig voneinander ab. Nur

ein Strommesser in der Deckschicht machte erwartungsgemäß eine Ausnahme. Diese Darstellung wirkt überzeugender als die Normierung der Varianzen mit $N(z)$.

5.2 Diskussion des Ansatzes von GARRETT-MUNK zur Anpassung des Gesamtspektrums.

Die bisher angesprochenen und im weiteren verwendeten Modellanpassungen sind auf Interpretation aktueller Daten gerichtet. Im Unterschied dazu leiteten GARRETT und MUNK (1972) ein Modell (im Folgenden GM72 genannt) her, das möglichst gut die Gesamtdaten aus dem Weltmeer beschreiben sollte. Die Ausgangsgleichungen sind die gleichen wie bei SW73. Die Querspektren sind in ähnlicher Form wie (3.3.4) angegeben, nur dadurch spezialisiert, daß exponentielle Abnahme der Väisälä-Frequenz mit der Tiefe angenommen wird

$$N^2(z) = N_0^2 e^{-z/b} \quad (5.2.1)$$

Damit werden die R^{mn} in (3.3.4) Produkte von Besselfunktionen. Dieser Effekt kommt aber gar nicht zum Tragen, da die WKBJ-Approximation gemacht wird. Damit ist

$$E_{\text{kin,hor}} \sim e^{-z/2b}$$

in diesem Modell.

a) Kohärenzen

Die weitere Differenzierung zu SW73 erfolgt dadurch, daß GM72 von vornherein von isotroper Energieverteilung ausgehen, d.h.

$$E(k, \psi, \omega) = \frac{1}{2\pi k} E(k, \omega) \quad (5.2.2)$$

Die Querspektren bei GM72 sind entsprechend ähnlich zu (3.3.8), nur als Integraldarstellungen über k anstatt Summation über k_j . Als Kohärenz zwischen u, v -Komponenten am selben Ort folgt selbstverständlich wie für SW73 gem. (4.2.5)

$$K^{12}(z, z, 0) = \frac{2 \omega f}{\omega^2 + f^2}$$

Die Horizontalkohärenzen der Stromkomponenten $K^{11}(z, z, r)$ ergeben sich genau wie bei SW73, werden jedoch unter Vernachlässigung der $J_2(k \cdot r)$ -Terme in (4.2.2) angegeben:

$$K(z, z, r, \omega) = \frac{\int_0^\infty E(k, \omega) J_0(kr) dk}{\int_0^\infty E(k, \omega) dk} \quad (5.2.3)$$

was jedoch nur für kleine k ($J_2(kr) \ll J_0(kr)$), bzw. $f/\omega \ll 1$ (vergl. 4.2.2) gestattet ist. Dieser Fehler fällt aber bei der Datenanpassung in GM72 nicht auf, da Horizontalkohärenzen bis 1971/72 noch kaum gemessen worden waren.

Die Vertikalkohärenzen der Strömungen sind - unter der bei GM72 nicht erwähnten Annahme, daß die Separation $\Delta z = 'z' - z$ noch im Rahmen der WKBJ-Approximation liegt -

$$K(z, \Delta z, 0, \omega) = \frac{\int_0^\infty E(k, \omega) \cos[k'(z) \Delta z] dk}{\int_0^\infty E(k, \omega) dk} \quad (5.2.4)$$

mit $k' = \frac{k \cdot N_e e^{-z/b}}{\sqrt{\omega^2 - f^2}}$, d.h. $k' \sim N(z)$.

Die Kohärenz bei Vertikalabstand Δz nimmt demnach mit der Tiefe zu, da i.a. $N(z)$ mit der Tiefe abnimmt.

Diese Kohärenz folgt für die Annahme stehender vertikaler Wellen. Für vertikal (abwärts) fortschreitende Wellen ergibt sich entsprechend

$$K e^{i\gamma(\Delta z)} = \frac{\int_0^\infty E(k, \omega) e^{-ik' \Delta z} dk}{\int_0^\infty E(k, \omega) dk} \quad (5.2.5)$$

(bei aufwärts wandernden Wellen kehrt sich das Vorzeichen des Exponenten um).

Jetzt muß noch ein Modell für das Spektrum $E(k, \omega)$ entwickelt werden.

b) (Funktionale) Beschreibung des Wellenzahl-Frequenzspektrums

Während bei SW73 das Wellenzahlspektrum $E(k, \omega_0)$ einer festen Frequenz ω_0 bestimmt wird, passen GM72 das Gesamtspektrum $E(k, \omega)$ an (was natürlich im Modell SW73 auch einfach durchführbar ist).

Die Frequenzspektren im Ozean weisen, abgesehen von den Gezeiten, einen Abfall nach einem Potenzgesetz mit der Frequenz auf im Internen-Wellen-Band, sowie eine Spitze bei der Trägheitsfrequenz. Diese Relation wird bei GM72 durch

$$F(\omega) \sim \omega^{-1} (\omega^2 - f^2)^{-1/2} \quad (5.2.6)$$

angegeben, d.h. eine Spitze bei der Trägheitsperiode. (die Unendlichkeitsstelle für $\omega = f$ spielt keine Rolle, solange die integrierte Gesamtenergie endlich ist) sowie für $\omega \gg f$ die Proportionalität $F(\omega) \sim \omega^{-2}$ in Übereinstimmung mit gemessenen Spektren. Im Wellenzahlbereich kann ja wegen der WKBJ-Approximation die Unterscheidung diskreter Eigenfunktionen aufgegeben werden. Es wird vielmehr angenommen, die Energie sei in der Wellenzahlenebene zwischen den Eigen-Wellenzahlen $k_1(\omega)$ und $k_n(\omega)$ gleichverteilt. Das Energiespektrum $E(k, \omega)$ mit (5.2.6) und dieser Annahme ist in Abb. 5.2.2 skizziert. Abb. 5.2.1 zeigt zum Vergleich das Spektrum SW73. Für eine feste Frequenz ω , bedeutet das im Vergleich zum Wellenzahlspektrum SW73,

daß die Energiedichte in einem Kreisring

$k_1 \leq k \leq k_2$ konstant ist und null außerhalb. Die Dispersionsbeziehung lautet bei exponentiellem $n^2(z)$ näherungsweise $k_j(\omega) = j\pi (\omega^2 - f^2)^{1/2}$ für $f/\omega < 0.2$.

Die Bandbreite $\Delta k = k_j - k_1$ für eine höhere Modezahl j ist also $\Delta k \approx j\pi (\omega^2 - f^2)^{1/2}$; über diese ist die Energie $F(\omega)$ gleichverteilt. Inwieweit für die in diesem Ansatz enthaltenen niedrigen Ordnungen die WKBJ-Approximation er-

laubt ist, ist von den Autoren nicht untersucht worden. DESAUBIES (1973) zeigte dann, daß tatsächlich die WKBJ-Approximation für niedrige Ordnungen schlecht ist. Die Energiedichte wird damit und (5.2.1)

(5.2.7)

$$E(k, \omega) = \frac{2}{j\pi^2} E \frac{f}{\omega} (\omega^2 - f^2)^{-1}$$

wobei E die Gesamtenergie

$$E = \int_1^N \int_{k_1}^{\infty} E(k, \omega) dk d\omega$$

ist.

(5.2.7) ist in (5.2.4) einzusetzen. Einen Vergleich mit gemessenen Daten nahm SIEDLER (im Druck) vor.

5.3. Möglichkeit des weiteren Vorgehens bei der Querspektrenanpassung

Für die spektrale Interpretation ozeanographischer Daten ist keiner der beiden Grenzfälle von Modellanpassungen -GM72 bzw. SW73-ideal. SW73 ist für niedrige Ordnungen von Eigenfunktionen das Gegebene, bei höheren Ordnungen ist das Festhalten an vertikal stehenden Wellen mit festliegenden Knoten physikalisch nicht sinnvoll. Für diesen Fall wiederum ist GM72 das brauchbare Modell. Das wiederum ist für Fälle, in denen viel Energie in niedrigen Ordnungen enthalten ist, nicht zutreffend.

Die Energieverteilung im Ozean scheint vielfach gerade im Übergangsgebiet der vollen Wirksamkeit beider Modelle zu liegen (siehe Kap. 8). Es geht also darum, ein Modell so zu entwickeln, daß ein fliegender Übergang von Eigenfunktionsstruktur zur WKBJ-Approximation enthalten ist. Das mündet ein in eine Überlagerung der Richtungspektren in Abb. 5.2.1 und 5.2.2.

Die Energieverteilung $E(k, \omega)$ entlang der Wellenzahlenachse würde damit aus einem Kontinuum und überlagerten Peakes bei den Eigenwellenzahlen k_j bestehen. Das Kontinuum wäre durch einige Parameter zu beschreiben, desgleichen Energie und eventuelle Anisotropie bei den Eigenwellenzahlen. Allerdings ließe sich ein solches Spektrum nicht von einem unterscheiden, das freie interne Wellen mit Reibung unter Erfüllung der Randbedingungen ergeben (KRAUSS, persönl. Mitt.) Man müßte also erst durch Konsistenz-Tests zwischen beiden Prozessen zu unterscheiden versuchen.

5.4 Das Problem der Nichtstationaritäten

Wie im Weiteren noch ersichtlich wird, sind die Zeitreihen niederfrequenter interner Wellen i.a. nicht stationär über die Dauer der Messung. Es war versucht worden (SCHOTT, 1972), zeitvariable Ansätze für die Spektralfunktionen zu finden. Das Ziel war, die Nichtstationaritäten in ähnlicher Weise wie z.B. die Richtungsverteilung der Energie mit Parametern zu beschreiben und die Werte dieser Parameter in der Anpassung zu bestimmen. Damit könnte man besser einzelne Ereignisse beschreiben und mit theoretischen Ansätzen vergleichen. Mit den z.Zt. verfügbaren Methoden von zeitvariablen Richtungsspektren ist jedoch eine praktische Anwendbarkeit im Rahmen einer spektralen Anpassung nicht möglich. Nichtstationaritäten müssen weiterhin dadurch zu erfassen versucht werden, daß die Meßreihen in Teile geteilt und diese mit stationären Methoden analysiert und dann in ihren Ergebnissen verglichen werden.

6. Raumzeitliche Struktur von Gezeitenströmungen

6.1. Zur Ursache barokliner Gezeiten

Interne Gezeiten sind aus zwei Perspektiven von großem Interesse. Zunächst als Glied in der Energiegleichung der Gezeiten.

Aus astronomischen Berechnungen ergibt sich eine säkulare Bremsung der Erdrotation, der eine Winkelbeschleunigung von $\dot{\omega} = -5 \cdot 10^{-22} \text{ sec}^{-2}$ bzw. ein auf die Erde ausgeübtes Drehmoment von $\dot{p} = -4 \cdot 10^{23} \text{ dyn cm}$ entspricht. Die damit einhergehende Änderung der Rotationsenergie der Erde beträgt $E = -3 \cdot 10^{-19} \text{ erg/sec}$ (MUNK und MCDONALD, 1960). Dieser Energieverlust wird durch die Energiedissipation der Gezeiten erklärt. Zur Verifizierung wurde so vorgegangen, daß die von den mehr oder weniger gut bekannten Gezeitenströmungen je Flächenelement dF_i ausgeübte Kraft

$$K_i = C_d \cdot dF_i \cdot |\underline{v}_i| \cdot \underline{v}_i$$

zur Gesamtdissipation

$$\dot{E} = \sum_i K_i \cdot \underline{v}_i = c \sum_i dF_i |\underline{v}_i|^3$$

des Weltmeeres aufsummiert wurde und tatsächlich die Größenordnung des damals bekannten Wertes des astronomisch bestimmten E ergab (JEFFREYS, 1920). Der Energieverlust durch Reibung fand nach diesen Rechnungen fast ausschließlich in den Schelfgebieten wegen der dort hohen Stromgeschwindigkeiten statt; allein 75% der Dissipation entfiel danach auf das Beringmeer.

Wie kürzlich gezeigt wurde und es auch im Grunde selbstverständlich ist (BROSCHKE und SÜNDERMANN, 1971), muß man anstatt dieser skalaren Summation, in der abbremssende und beschleunigende Reibungskräfte ja gleich behandelt werden, eine vektorielle Addition der Drehmomentanteile ausführen. Damit kommen diese Autoren unter Benutzung der aus numerischen Modellen gewonnenen Gezeitenstromkarten für die M_2 -Gezeit des Weltozeans auf nur $\dot{p} = -1.5 \cdot 10^{23} \text{ dyn cm}$. Dazu

kommen noch die Beiträge der anderen Gezeitenkomponenten. Es bleibt aber eine Lücke in der Dissipationsrechnung. Über die Bodenreibung kann demnach nicht die gesamte Energie dissipiert werden. Eine plausible Erklärung dafür ist, daß ein Teil der Gezeitenenergie in barokline Gezeiten gelangt und von diesen durch nichtlineare Wechselwirkungen und Bodenreibung dissipiert wird. Es ist ausgeschlossen, daß interne Gezeitenwellen merklicher Amplituden direkt durch die gezeitenerzeugenden Kräfte hervorgerufen werden können. Wie bereits DEFANT (1932) zeigte, sind direkt erzwungene interne Gezeiten - d.h. solche gleicher Wellenlänge und Periode wie die gezeitenerzeugenden Kräfte - im Meer ohne Bedeutung. Auch die von KRAUSS (1964) entwickelten Eigenfunktionslösungen für das begrenzte Meer, für die in Resonanzfällen hohe Amplituden erwartet werden könnten, stehen nicht mit den im offenen Ozean beobachteten kurzen Wellenlängen der internen Gezeiten, die mehr denen der freien Wellen entsprechen, im Einklang. Zudem sind stehende interne Gezeitenwellen noch nicht beobachtet worden.

Die baroklinen Gezeiten müssen also ihre Energie aus den barotropen Gezeiten erhalten. Die Frage, wo und wie Energie aus der barotropen Gezeitenwelle in barokline Komponenten hineingeht, ist noch nicht beantwortet. Von der Theorie her ist die Antwort klar: die effektivste Möglichkeit des Energietransfers bildet schräger Boden. Das zeigte bereits ZEILON (1934) experimentell. Die Frage ist nun, wie die Wechselwirkungsprozesse im Meer verteilt sind. Sind es hauptsächlich die Schelfzonen, in denen der Energieübergang geschieht oder tragen auch kleinere Unebenheiten überall am Meeresboden (MORK, 1968) wesentlich bei? In ersterem Falle könnte man versucht sein, anzunehmen, daß die barokline Energie vom Schelf in die Tiefsee hinaus abnehmen müßte. Es sind aber auch weit vom Schelf

entfernt kräftige barokline Schwankungen festgestellt worden (z.B. DEFANT, 1952). Weiterhin ist über die barokline Struktur noch wenig bekannt. Läßt sie sich durch Eigenfunktionen, d.h. horizontal fortschreitende Wellen, beschreiben? Komponentenweise Eigenfunktionsanpassungen gemäß 2.1 sind wegen der wenigen Freiheitsgrade ohne zusätzliche physikalische Absicherung nicht überzeugend. Eine neue Lösungsmöglichkeit des Problems der Erzeugung hat KRAUSS (1974) vorgeschlagen. Angeregt durch die transiente Erscheinung der baroklinen Gezeiten schlägt er die Wechselwirkung zwischen barotroper Gezeit und windbedingten internen Wellen als Generationsmechanismus interner Wellen von Gezeitenperioden vor. Das bedeutet, daß ein wesentlicher Teil der Energie in den baroklinen Gezeiten nicht aus den barotropen Gezeiten stammen würde, was für die Energiebilanzierungsversuche ganz neue Aspekte ergäbe. Andere Arbeiten messen allerdings der Wechselwirkung zwischen Gezeiten und internen Wellen geringere Bedeutung zu (OLBERS, 1974).

Im folgenden soll versucht werden, anhand von Datenmaterial aus mehreren atlantischen Positionen das Bild über die raum-zeitliche Struktur der baroklinen Gezeiten etwas weiterentwickeln zu helfen.

Über diese Problemstellung hinaus sind die Gezeiten als eine Art von Eichsignal zum Testen von Wellenmodellen von Interesse. Dieses Signal ist stets vorhanden und i.a. trennbar vom Hintergrundrauschen.

6.2. Theoretische Ansätze zur Entstehung barokliner Gezeiten am Schelf

6.2.1. Stufenförmiger Kontinentalabhang

Die Bodentopographie wird approximiert durch einen Schelf konstanter Tiefe mit schroffen Übergängen zu einem Tiefseeboden konstanter Tiefe. Diesen Fall haben RATTRAY (1960) für das zweigeschichtete Medium sowie RATTRAY et al. (1969)

für beliebige Schichtung behandelt. Die barotrope Gezeit wird dabei als stehende Welle über der Tiefsee (Tiefe H_1) und auf dem Schelf (Tiefe H_2) angenommen. Das Problem wird zweidimensional gerechnet, d.h. die Wellen wandern nur normal zum Schelf.

Der Ansatz ist der gleiche Eigenfunktionsansatz, wie z.B. (3.1.1), auch die Randbedingungen der baroklinen Komponenten am Boden und an der Oberfläche

$$\psi_j = 0 \text{ für } z = 0, H_1, H_2 \quad (6.2.1)$$

Die Oberflächenbedingung der barotropen Komponente ist

$$\frac{d\psi_0}{dz} + \frac{\psi_0}{H_{1,2}} = 0 \quad (6.2.2)$$

Auf dem Schelf kommt noch hinzu die Randbedingung

$$u_1 = 0 \text{ für } x = 0$$

Die Strömungen sind also unter Weglassung des hier nicht interessanten multiplikativen Zeittermes auf dem Schelf stehende Wellen der Art

$$u_2(x, t) = \left\{ \frac{A_{0,2}}{H_2} \sin k_{0,2}x + \sum_{j=1}^{\infty} A_{j,2} \sin(k_{j,2}x) \frac{d\psi_{j,2}}{dx} \right\} \quad (6.2.3.)$$

mit A_j Strömungsamplituden an der Oberfläche $z = 0$.

In der Tiefsee gibt es fortschreitende barokline und stehende barotrope Wellen der Art

$$u_1(x, z) = \left\{ \frac{A_{0,1}}{H_1} \sin[k_{0,1}(x-L_0)] + \sum_{j=1}^{\infty} A_{j,1} \sin(k_{j,1}x) \frac{d\psi_{j,1}}{dz} \right\} \quad (6.2.4)$$

Dabei ist

$$k_{o,i}^2 = \frac{\omega^2 - f^2}{gH_i} ; \quad k_{j,i}^2 = \frac{\omega^2 - f^2}{\lambda_{j,i}^2} \quad (i = 1, 2)$$

Die Wechselwirkung zwischen barotropen und baroklinen Komponenten auf und vor dem Schelf entsteht an der Schelfkante $x = L$, dort muß aus Kontinuitätsgründen sein

$$\begin{aligned} u_1 &= u_2 \\ \phi_1 &= \phi_2 \end{aligned} \quad \text{für } 0 = z = H_2 \quad (6.2.5)$$

$$u_2 = 0$$

Damit werden die Amplituden der baroklinen Komponenten in Abhängigkeit von der Amplitude der barotropen Tiefseekomponente $A_{o,2}$, berechnet. Das Ergebnis ist, daß sich die barokline Energie scharf gebündelt auf Charakteristiken ausbreitet, die von der Schelfkante ausgehen, und deren Neigung in bekannte Weise durch die Schichtung bestimmt wird, d.h. dem Verhältnis von lokaler vertikaler zu horizontaler Wellenzahl entspricht. Die scharfe Bündelung der Energie wird beschrieben durch phasengerechte Lagerung einer großen Zahl von Eigenfunktionen (RATTRAY et al., 1969 benutzten 800), deren Amplituden in etwa umgekehrt proportional zur Ordnungszahl j abnehmen. SANDSTROEM (im Druck) hat für den von Ratray behandelten Fall gezeigt, daß die exakte Amplitudenabnahme langsamer vonstatten geht, nämlich mit $(j^{-2/3})$. Allerdings war $H_2 = \frac{1}{2} H_1$, während bei Ratray $H_2 = H_1$. Phasen- und Gruppengeschwindigkeit der baroklinen Komponenten sind seewärts von der Schelfkante gerichtet.

Weitere Arbeiten der Gruppe um RATTRAY richteten sich darauf, den Einfluß der Reibung zu untersuchen. Im Prinzip kam heraus (persönl. Mitt. anlässlich eines Besuches der University of Washington), daß die Energiebündelung

"auffasert", d.h. der Ausbreitungspfad wird immer breiter in der Tiefsee. Auf dem Schelf bilden sich statt stehender bei zunehmender Reibung wegen des abnehmenden Reflexionsanteiles freie barokline Wellen aus.

Bei den tatsächlichen ozeanischen Gegebenheiten mit fortlaufenden, wenn auch vielfach geringen Variationen von Schichtung und Strömung müssen fortlaufend Phasenvariationen der Eigenfunktionen gegeneinander auftreten.

Die Wellenlänge der Eigenfunktionen beträgt z.B. für $N^2 = \text{const}$

$$\lambda_j = \frac{2\pi}{k_j} = \frac{2H_1}{j} \sqrt{\frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2}}$$

Nehmen wir etwa

$$N^2 = 10^{-6} \text{sec}^{-2}, f^2 = 10^{-8} \text{sec}^{-2}, \omega^2 = 2 \cdot 10^{-8} \text{sec}^{-2}, H_1 = 3 \cdot 10^5 \text{cm}$$

dann wird $\lambda_j = \frac{60}{j} \text{ km}$, d.h.

für $j = 100$: $\lambda_j = 600 \text{ m}$. Die hohen Ordnungen werden also wenige Kilometer von einer scharfen Schelfkante schon phasenmäßig "außer Tritt" geraten, so daß die Energieausbreitung breitgefächert vonstatten gehen wird. Überlagert man aber die Eigenfunktionslösungen gem. (6.2.4) statistisch, dann ergeben sich genau die spektralen Relationen des SW73-Modelles, d.h. es gibt horizontale Homogenität, die Energie breitet sich horizontal aus. Bei genügender Schelfentfernung werden die Querspektren also mehr und mehr den Beziehungen (3.3.4), (3.3.5) gehorchen.

Der bisherige Verlauf der Auswertung ozeanographischer Messungen hat zumindest keinen Beweis einer konzentrierten Energieausbreitung gebracht. Es sind zwar des öfteren Strommessungen so zu interpretieren versucht worden, daß einige hohe Kohärenzwerte zwischen verschiedenen Instrumenten eines Systems von Meßketten als Beweis dafür genommen

wurden, diese Geräte hätten gerade im Energiepfad gelegen und andere benachbarte wiederum, zu denen schlechte Kohärenz bestand, hätten eben abseits dieses Ausbreitungspfades gelegen.

Diese Interpretationsversuche waren aber jeweils nicht beweiskräftig, da viel zu wenige Meßgeräte zur Verfügung standen. Ein Beispiel wird in 6.3 diskutiert werden. Der Stand der Ermittlungen ist vielmehr, daß eine konzentrierte Energieausbreitung, wie sie das Rattray-Modell beschreibt, noch nicht beobachtet worden ist.

6.2.2. Stetiger Schelfabfall

Es liegt eine umfangreiche Literatur zu dieser Problemstellung vor. Hier soll und kann nur insoweit die theoretische Basis diskutiert werden, als daraus Schlüsse für die Anwendung auf reale Daten zu ziehen sind. Zahlreiche Untersuchungen haben sich bereits mit der Ausbreitung interner Wellen im horizontal homogenen Meer auf nicht-ebenem Boden beschäftigt, jeweils mit für die im folgenden zur Verfügung stehenden Daten mehr oder weniger schwerwiegenden Einschränkungen. Bei Gezeitenmessungen am Schelf sind zwei Fälle zu unterscheiden.

1. Die Wellen laufen von außerhalb in das Gebiet ein.
Dafür lassen sich Lösungen finden, etwa in der Art von MAGAARD (1962,1968), KELLER und MOW (1969), WUNSCH (1969), MOOERS (1970).
2. Der Energieübergang von barotropen zu baroklinen Gezeitenenergie findet am Schelf selbst statt; die Meßsysteme sind also im Nahfeld installiert, für das die unter 1. gültigen Theorien nicht anwendbar sind. Genauer gesagt existiert für diesen Fall noch keine Theorie. Ansätze wurden erstellt von BAINES (1973) sowie SANDSTROEM (1974).

Die Lösung der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\omega^2 - f^2}{N^2 - \omega^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \quad (6.2.6)$$

wird hierfür in Form von Charakteristiken gegeben, d.h.

$$\psi = \psi_1(z + cx) + \psi_2(z - cx) \quad (6.2.7)$$

für irgendeine Funktion $\psi(x, z)$. Der Schelf verlaufe dabei in y-Richtung. Das entspricht der Summation einer mit der Steigung c aufwärts und einer entsprechenden abwärts fortschreitenden Welle. In der Tiefsee, d.h. bei ebenem Boden entspricht das Ergebnis dem durch Separation gewonnenen. Es addieren sich beide Lösungen zu einer horizontal fortschreitenden Welle mit Struktur einer vertikal stehenden, wie in früheren Abschnitten behandelt.

Die Steigung c ist

$$c = \sqrt{\frac{\omega^2 - f^2}{N^2 - \omega^2}} \quad (6.2.8)$$

Wie die vorstehend genannten Autoren für verschiedene physikalische Situationen gezeigt haben, ist bei einem Boden der Neigung c_0 , d.h. $z = c_0 x$ für $c > c_0$ Durchlässigkeit des Gebietes für interne Wellen gegeben, d.h. fast alle Energie wird zum Flacheren hin transmittiert. Für $c < c_0$ ist das Gebiet undurchlässig; die Energie wird zur Tiefsee reflektiert. Der interessante Fall ist jedoch $c = c_0$. Damit folgt aus (6.2.8) mit $c_0 = \tan \alpha$

$$\omega^2 = N^2 \sin^2 \alpha + f^2 \cos^2 \alpha \quad (6.2.9)$$

als kritische Frequenz für den singulären Fall, der theoretisch nicht behandelt worden ist. BAINES (1973) untersuchte u.a. die Vorgänge an einem Schelfabhang konstanter Neigung zwischen Schelf und Tiefsee von jeweils konstanter Tiefe bei einer normal zur Schelfkante einlaufenden barotropen Gezeitenwelle. Er zeigte, daß für den Fall $c > c_0$ der Energiefluß von der barotropen in die barokline Gezeit stark anwächst, gleichgültig wie das

Tiefenverhältnis H_2/H_1 von Schelf zu Tiefsee aussieht. Die Rechnung ist zweidimensional und auf den subkritischen Bereich $c < c_0$ beschränkt.

Bei konstantem N ist danach der Energiefluß durch einen Querschnitt parallel zur Schelfkante eine Funktion von ω , N , $\frac{2}{f}$, c/c_0 , H_2/H_1 . Stärkere Schelfneigung ergibt i.a. höhere Energieflüsse und -dichten. Auch die Vergrößerung des Verhältnisses H_1/H_2 ergibt i.a. Vergrößerung dieser Werte.

Aber auch für aus der Tiefsee auf einen Schelf einlaufende interne Wellen ergibt sich eine Zunahme der baroklinen Energiedichte mit abnehmender Wassertiefe, wie WUNSCH und HENDRY (1972) für konstant abfallenden Meeresboden sowie $N^2 = \text{const}$ zeigten. Man braucht also hinreichende Auflösung der Messungen quer zum Schelf, um beide Ursachen der Stromintensivierung unterscheiden zu können.

Von den Stellen kritischer Bodenneigungen aus breitet sich nach der Theorie die barokline Energie auf Charakteristiken aus. Man müßte also bei kritischen Neigungen Bodenstromverstärkung messen. Die gebündelte Ausbreitung der Energie wird wiederum von der Variabilität des Schichtungs- und Strömungsfeldes abhängen, wie schon unter 6.2.1. angesprochen.

In den folgenden Abschnitten werden Gezeitenmessungen am Schelfabhang und in der Tiefsee analysiert und dann soll - soweit wie möglich - eine Generalisierung der jeweiligen Schlußfolgerungen versucht werden.

6.3 Gezeiten am Schelf der Norwegischen See

6.3.1 Die Messungen

Der Kontinentalabhang vor der Norwegischen Küste in 62-65° Nord geht über eine Strecke von 240 km relativ stetig von 200 m Schelftiefe auf mehr als 2500 m über, d.h. ein mittleres Gefälle von $\approx 1\%$ (Abb. 6.3.1).

In Wassertiefen zwischen 500 und 900 m wurden mit 6 Strommesserketten im Juli - September 1969 Dauerregistrierungen von Strom und Temperatur (DIETRICH und HORN, 1973) gewonnen. Die hydrographische Situation wurde von SCHOTT und ERHARDT (1973) behandelt. Für einen mehrtägigen Zeitraum intensiver Schichtungsmessungen untersuchte BROCKMANN (1973) den Zusammenhang zwischen geostrophischen Stromprofilen und solchen, die von den Strömungsmessern erhalten wurden. Diese Arbeiten zeigen, daß senkrecht zum Schelf das Schichtungs- und Strömungsfeld starke Gradienten aufweist. Abb. 6.3.2 zeigt einen σ_t -Schnitt quer zum Schelf durch das Meßgebiet. Die σ_t -Linien 27.8-28.0 kennzeichnen den Übergang zwischen Atlantischen Wasser und Tiefenwasser der Norwegischen See. Diese Übergangszone ist von höherer Stabilität als die darüber und darunter liegenden Wassermassen. Horizontale Homogenität ist hier nicht gegeben. Hinzu kommt, daß die Prozesse nicht stationär sind: mit den niederfrequenten Schwankungen des Norwegischen Stromes schwankt auch die Übergangszone auf und ab am Schelf. Ein weiteres Handikap für die Untersuchung der halbtägigen Gezeiten ist die eng benachbarte Trägheitsperiode von 13.5 Std. Man müßte ein schmales Filter anwenden, um Trägheits- und Gezeitenwellen zu trennen. Das brächte zwei Gefahren mit sich: einerseits Verschieben der Dopplereffekt bzw. die Variation der effektiven Trägheitsfrequenz $f_{eff} = \sqrt{f(1 + 2V/\bar{c}_x)}$ (MOOERS, 1970) infolge der horizontalen Stromscherung dauernd diese beiden Frequenzen gegeneinander, so daß die gefilterten Reihen starke Amplitudenvariationen zeigen müßten; andererseits führt ein scharfes Filter leicht zu "Ring"-Effekten (REGAL, 1970), d.h. Nachschwingen der gefilterten Zeitreihe auf einen einzigen Impuls hin. Aus diesem Grunde wurden die Zeitreihen nicht wie z.B. für Site D (s. 6.5) gefiltert dargestellt. Trotzdem ist dieser Datensatz bisher einzigartig für die Untersuchung von Gezeiten am Schelf. Ihm ist

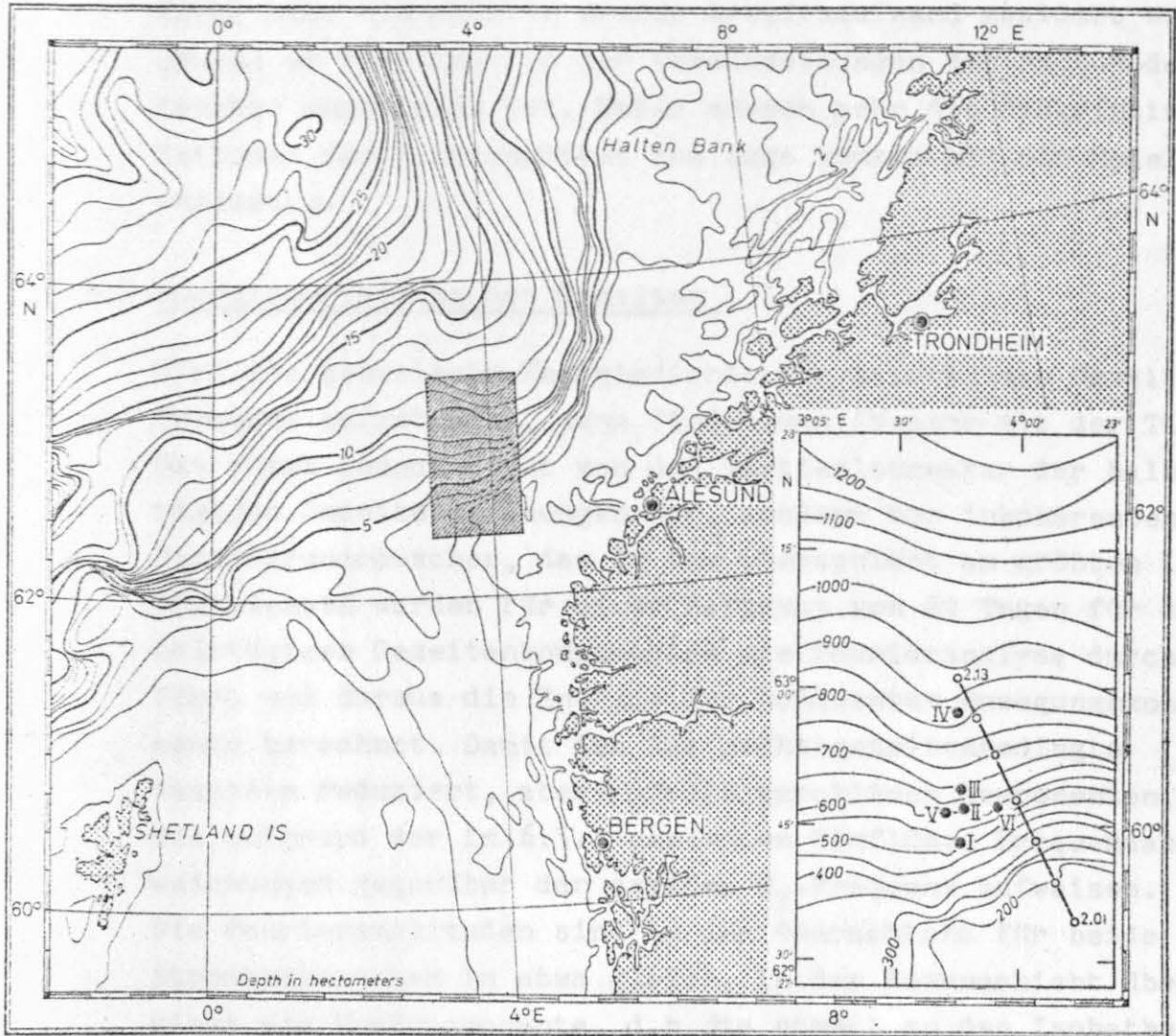


Abb. 6.3.1: Meßgebiet "Norwegische See 1969" und Position der Strommesserketten I...VI.

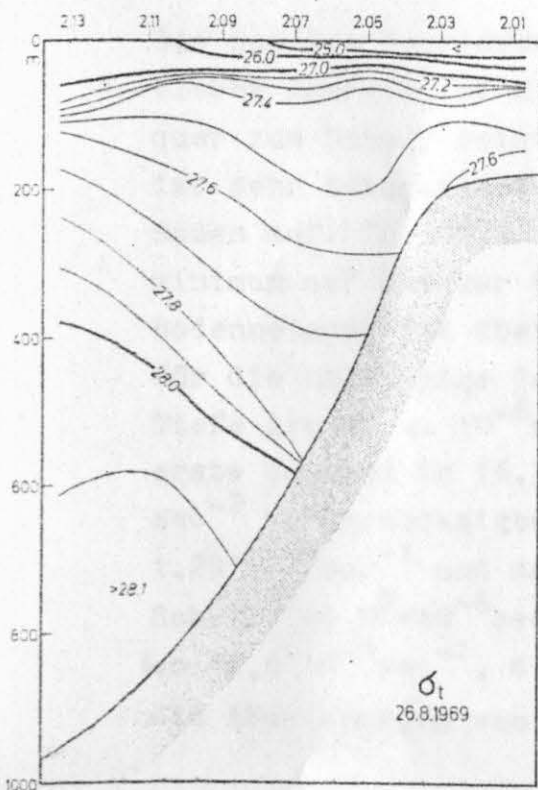


Abb. 6.3.2: σ_t -Schnitt durch das Meßgebiet (Lage siehe Abb. 6.3.1)

daher hier ein relativ großer Arbeitsaufwand gewidmet worden, obwohl er hinsichtlich der Voraussetzungen des SW73-Modelles denkbar ungeeignet ist. Daher müssen mehr die deskriptiven Methoden des 2. Abschnittes zum Zuge kommen als die Modell-anpassung.

6.3.2 Energieverteilung der Gezeiten

Wird die kinetische Energiedichte der halbtägigen Gezeitenfrequenz aufgetragen, dann findet man Abnahme mit der Tiefe. Das rührt jedoch nicht von der Vertikalstruktur der halbtägigen Gezeitenströmungen her, sondern vom inkohärenten Hintergrundrauschen, das in der Oberschicht am größten ist. Stattdessen wurden für einen Zeitraum von 29 Tagen für die halbtägigen Gezeitenkomponenten die Fourieranalyse durchgeführt und daraus die Energie der kohärenten Bewegungskomponente berechnet. Damit ist das nicht-gezeitenbedingte Rauschen reduziert, aber auch die baroklinen Komponenten, die aufgrund der in 6.3.1 genannten Einflüsse Frequenzabweichungen gegenüber der exakten M_2 -Frequenz aufweisen. Die Fourieramplituden sind in der Oberschicht für beide Stromkomponenten in etwa gleich, in der Bodenschicht überwiegt die Nordkomponente, d.h. die normal zu den Isobathen gerichtete.

Die aus den Fourierkomponenten berechnete horizontale kinetische Energie für die M_2 -Gezeit auf einem Schnitt quer zum Schelf zeigt Abb. 6.3.3. Die Energieverteilung ist sehr interessant. Die stärksten Strömungen treten am Boden auf. In 100 - 200 m Bodenabstand tritt ein Energieminimum auf und zur Oberfläche hin wieder eine Zunahme. Die Bodenneigung ist überall im Meßgebiet kritisch gemäß (6.2.9) für die halbtägige Gezeitenperiode. Unterhalb von 600 m Tiefe ist $N^2 \ll 10^{-6} \text{sec}^{-2}$ und $\tan \alpha < 2 \cdot 10^{-2}$. Damit ist der erste Summand in (6.3.9) gegenüber dem zweiten von $1.7 \cdot 10^{-8} \text{sec}^{-2}$ vernachlässigbar und die kritische Frequenz $\omega_0 = \beta = 1.29 \cdot 10^{-4} \text{sec}^{-1}$ und damit dicht bei $\omega(M_2)$. Bei 450 m am Schelf ist $N^2 = 10^{-5} \text{sec}^{-2}$, $\tan \alpha = 3 \cdot 10^{-2}$ und entsprechend $\omega_0 = 1.6 \cdot 10^{-4} \text{sec}^{-1}$, d.h. $T_0 = 10.9 \text{h}$. Im gesamten Meßgebiet sind die Abweichungen von der kritischen Frequenz kleiner als

$0.2 \cdot 10^{-4}$ sec, d.h. 15 %. Sie sind zudem wegen der Nichtstationarität der Schichtung nicht systematisch verteilt.

Die Bodenstromintensivierung steht in Übereinstimmung mit den theoretischen Vorhersagen von WUNSCH und HENDRY (1972) und BAINES (1973). Es sieht demnach so aus, als seien die Messungen im Erzeugungsgebiet barokliner Energie der M_2 -Gezeit vorgenommen worden. Leider waren außerhalb des Gebietes kritischer Neigungen keine Meßketten mehr, so daß keine Verfolgung der Energieausbreitung von dieser Quelle aus möglich war.

Für die S_2 -Gezeit sollte man wegen der geringen Frequenzdifferenz ähnliches erwarten, falls die Anregung durch barotrope Gezeiten erfolgt. Die Messungen zeigen das jedoch nicht. Es ergibt sich keine systematische Tiefenabhängigkeit der kohärenten Energie. Die Energiewerte betragen allerdings nur weniger als 25 % der barotropen und sind daher noch schlechter vom Hintergrundrauschen trennbar.

6.3.3 Fourierkomponentenanpassung

Wenn auch im Gebiet des Energieüberganges Zerlegung in vertikal stehende Wellen sicher kein physikalisch sinnvoller Prozeß ist, so ist doch für die barotrope Komponente vertikal konstantes Stromprofil gegeben. Bei einer Anpassung, die die baroklinen Komponenten falsch behandelt, kann dann trotzdem die barotrope sinnvoll herauskommen. Das Ergebnis zeigt Abb. 6.3.4. Dargestellt sind die barotrope kinetische Energie, die Richtung der Hauptachse der Stromellipse sowie das Achsenverhältnis der Ellipse.

Die barotrope horizontale Energie (pro Volumeneinheit) nimmt mit abnehmender Wassertiefe zu - wiederum in Übereinstimmung mit der Theorie - und die Stromellipse wird schmaler. Die Richtung dreht sich von NNO/SSW auf NO/SW bei Fortschreiten von tiefem zu flachem Wasser, was im Einklang

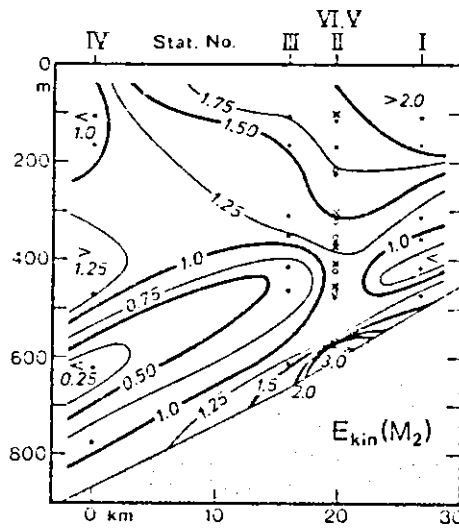


Abb. 6.3.3: Kinetische Energie der M_2 -Gezeit auf dem Schnitt I...IV (s. Abb. 6.3.1), berechnet aus den Fourierkoeffizienten (Analysenzeitraum 29 Tage). Bei Stat. II sind auch die Werte der Stationen V (o) und VI (x) mit eingegangen, da diese auf gleicher Wassertiefe liegen.

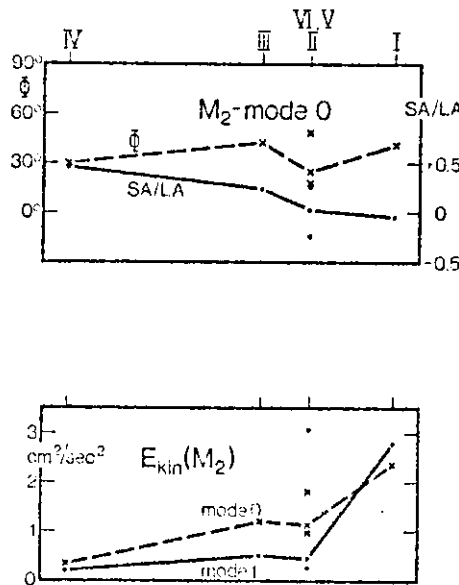


Abb. 6.3.4: Parameter der barotropen Gezeitenellipse
 SA/LA: Achsenverhältnis
 Ø: Lage der Hauptachse ($\pm 180^\circ$);
 und kinetische Energie der barotropen und ersten baroklinen Komponente.

mit der Bodentopographie in Abb. 6.3.1 steht. Eingezeichnet ist auch die kinetische Energie der ersten baroklinen Ordnung, berechnet für die lokalen Eigenfunktionen für die jeweilige Verankerungspositionen. Auch diese Energie nimmt mit abnehmender Wassertiefe zu, was man bei Energiegewinn aus der barotropen Komponente erwarten würde.

6.3.4 Richtungsspektren

Die Methoden der Richtungsspektrenschätzung in 2.3 suchen den kohärenten Anteil des Signals. Das überlagerte inkohärente Rauschen, das in den verschiedenen Ebenen verschieden intensiv ist, dürfte das Spektrum nicht verfälschen, lediglich den positiven Effekt haben, daß die Spektralmatrix (2.3.4) gut invertierbar ist. Es wurde eine große Zahl von Richtungsspektren aus den verschiedenen boden- bzw. oberflächenparallelen Ebenen nach den Methoden (2.3.1) berechnet. Die Meßreihen hatten eine maximale gemeinsame Länge von ca. 1000 Std. Es wurden die Querspektren für diese Gesamtdauer berechnet und daraus dann die Richtungsspektren. Außerdem wurden die Reihen gedrittelt und für jede der dann noch 330 h langen Reihen gleichfalls die Richtungsspektren berechnet. Die baroklinen Wellen im Meßgebiet, berechnet aus den lokalen Eigenwerten, haben Wellenlänge von weniger als 30 km. Man sollte also bei den Distanzen unserer Meßketten Energie signifikant von $k = 0$ entfernt erwarten im Richtungsspektrum, wenn barokline Ordnungen eine Rolle spielen. Die Auflösung des Richtungsspektrums für die Stationen ist selbst für lange Wellen von $\lambda \approx 100$ km gut, wie die Analyse von Test-Querspektren in Abb. 6.3.5 zeigt.

Dargestellt ist das Ergebnis der hochauflösenden Methode für Testquerspektren zweier Wellen von $k_1 = 0.1$ ($\lambda_1 = 63$ km), $\vartheta_1 = 0^\circ$ und $k_2 = 0.6$ ($\lambda_2 = 10.5$ km), $\vartheta_2 = 270^\circ$ für die Stationen I, II, III, V, VI (s. Abb. 6.3.1), d.h. unter Weglassung

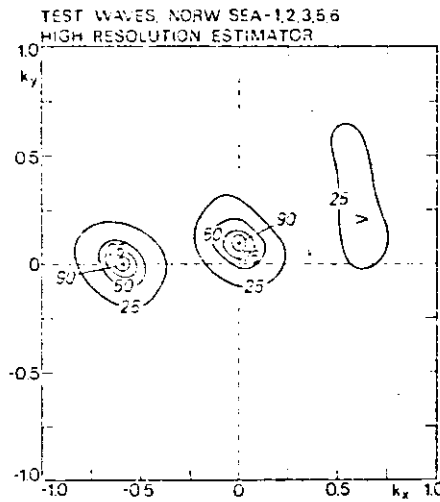


Abb. 6.3.5: Hochauflösendes Richtungsspektrum für Quer-
spektren zweier Testwellen von $k_1 = 0.1 \text{ km}^{-1}$
 $\varnothing_1 = 0^\circ$; $k_2 = 0.6 \text{ km}^{-1}$, $\varnothing_2 = 0^\circ$.

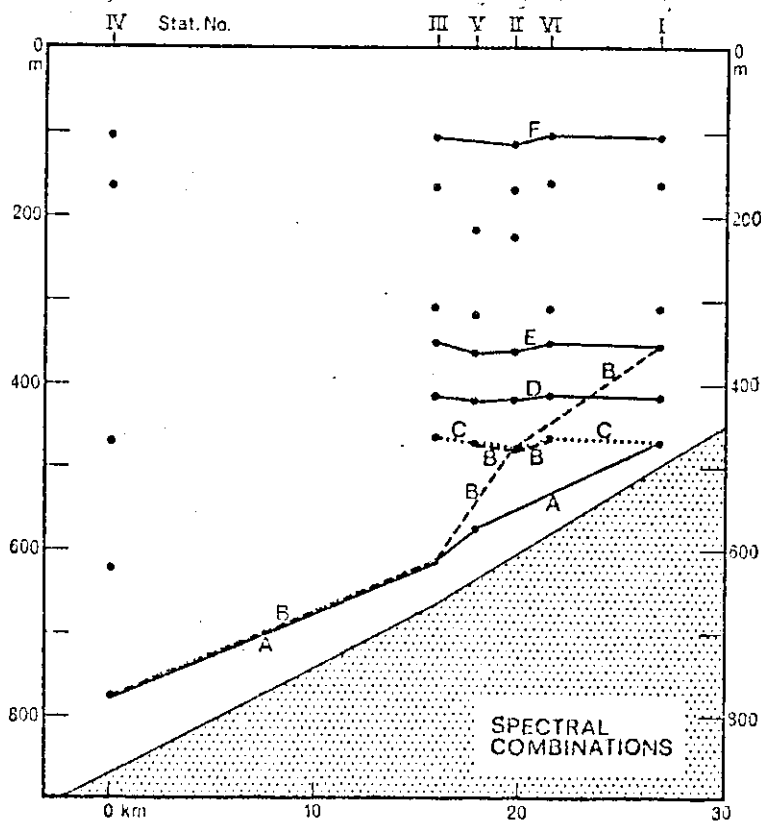


Abb. 6.3.6: Gerätekombinationen, für die Richtungsspektren
berechnet wurden. (Die Ebene V, II, VI ist um
 90° gedreht - vergl. Abb. 6.3.1).

der nördlichsten Stat. (IV). Die Wellenzahlen werden sehr gut getrennt. Im Bereich $k \geq 0.2$ ist nach den Eigenwerten die barokline Energie zu erwarten. Sie müßten also bei der Meßanordnung gut aufgelöst werden.

Die verschiedenen Ebenen werden im Folgenden kurz abgehandelt.

a) Bodenabstand 25-100 m (Kombination A in Abb. 6.3.6)

Benutzt werden die Strommesser IV (773), III (620), V (576) und I (475) - wobei die erste Ziffer die Meßkettennummer in Abb. 6.3.1, die Zahl in () die Gerätetiefe bedeutet.

Die Kohärenzen sind für die Nord (v)-komponenten der Stromschwankungen - d.h. normal zu den Isobathen im Meßgebiet - wesentlich höher als für die isobathen-parallele Komponente. Dies gilt nicht nur für diese Gerätekombination sondern allgemein. Bei den oben in der Wassersäule gelegenen Geräten ist die Interpretation einfach. Dort bewegen sich die Meßketten mit den Stromschwankungen mit - vorwiegend schelfparallel - und diese Einflüsse sind horizontal inhomogen, reduzieren also die Kohärenz der u-Komponenten. In der Unterschicht jedoch müßten die Verfälschungen durch Meßkettenneigungen gering sein. Nun sind die schelfnormalen Komponenten am Boden größer als die schelfparallelen, d.h. der Kohärenzabfall kann auch durch Rauscheffekte bedingt sein.

Die hohen Kohärenzen (Abb. 6.3.7) - alle wesentlich über der 95%-Konfidenzgrenze - zeigen, daß der Vorgang am Boden eine kohärente Horizontalskala (isobathennormal) von mehr als 25 - 30 km hat. Es können also barokline Ordnungen kaum eine Rolle spielen. Dieses Ergebnis zeigt auch das Richtungsspektrum der 1000 h-Reihe. Mit den vier Stationen ist zwar besonders die Ost-West-Auflösung schlecht, es ist aber gesichert, daß die Energie nicht signifikant von $k = 0$ verschieden ist, d.h. keine gerichtete Energieausbreitung in baroklinen Skalen. Eine



•

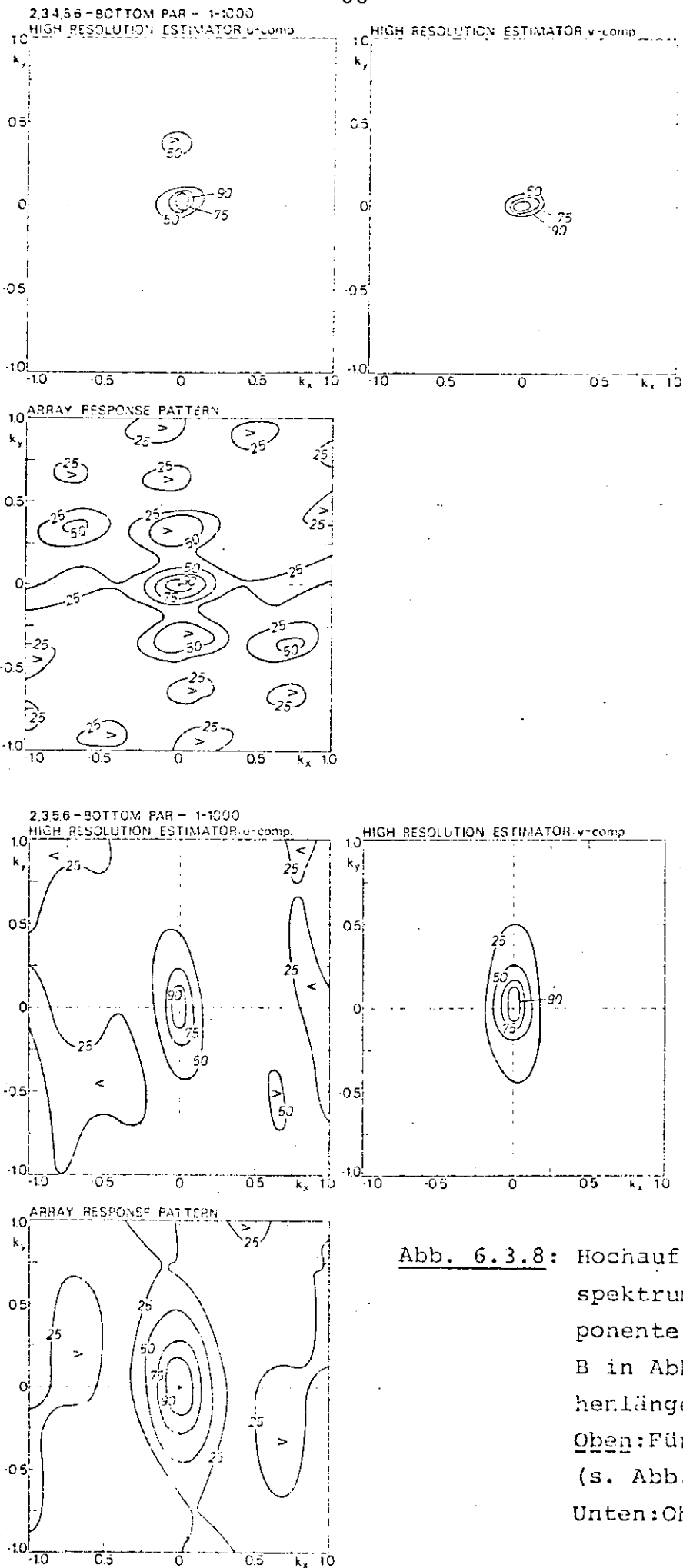


Abb. 6.3.8: Hochauflösendes Richtungs-
spektrum für u- und v-Kom-
ponente in der Kombination
B in Abb. 6.3.6; Zeitrei-
henlänge 1000 h.
Oben: Für Stationen II...V
(s. Abb. 6.3.1).
Unten: Ohne Station IV.

(statistisch nicht gesicherte) Komponente von $k = 0.02$ ($\lambda = 300$ km) wandert schelfaufwärts. Das muß der barotrope Anteil sein.

b) Bodenabstand 60-150 km (Komb. B in Abb. 6.3.6)

Es sind dies die Geräte IV (773), III (620), V (473), II (475), VI (464) und I (361). Auf den Positionen IV und III sind das wieder die gleichen Geräte wie unter a), da die nächsthöher gelegenen Geräte schon mehr als 200 m vom Boden entfernt waren. Die Kohärenzen sind (isobathennormal) wiederum überall signifikant, die Richtungsspektren der Gesamtzeitreihe (1000h) zeigen jedoch keine gerichtete Ausbreitung (Abb. 6.3.8).

Auch die Hauptmaxima der u- und v-Richtungsspektren für die Teilreihen streuen um den Nullwert. Selbst wenn die Querspektren mit Station IV weggelassen werden, um den Einfluß räumlicher Inhomogenität zu reduzieren, ändert sich an dieser Situation nichts. Für die Gerätekombination B liegen auch Zeitreihen der Temperaturschwankungen vor. Deren Richtungsspektren für die Gesamtreihe wie für die Teilreihen weisen ebenfalls das Hauptmaximum beim Nullpunkt auf.

c) Ebene 475 m (C):

Eine weitere kleinräumige Untersuchung erlaubt die Kombination von III (467), V (475), II (475) und VI (464), d.h. eine oberflächenparallele Ebene mit Bodenabstand 130 m - 200 m. Hier ist das Ergebnis das gleiche: Bei der Gesamtlänge von 1000 h liegt das Hauptmaximum bei $k = 0$. Bei den Teilreihen treten Streuungen um $k = 0$ auf, aber ohne Vorzugsrichtung.

d) Ebene 420 m (D):

Hier sind nur die Stationen III (416), V (422), VI (413) über die Gesamtdauer von 1000 h besetzt, und damit ist die Wellenzahlenauflösung relativ schlecht. Es findet sich eine Vorzugsrichtung SO in den Richtungsspektren,

allerdings nur in der v-Komponenten und nur geringe (nichtsignifikante) Abweichung des Hauptmaximums von $k = 0$. Die Wellenlängen des Maximums liegen wiederum bei > 100 km.

e) Ebene 360 m (E)

Über die Gesamtzeit sind nur die Stationen II (362), III (353), V (361) besetzt. Auch hier keine signifikante Vorzugsrichtung, aber wie in 420 m Tendenz zur Süd-Ost-richtung, jedoch nur in den v-Komponenten.

f) Ebene 110 m (F)

Wiederum süd-ostwärts gerichtete Ausbreitung aus den Richtungsspektren der v-Komponenten, die u-Komponenten zeigen SW-Ausbreitung.

Schlußfolgerung

Die aus den beschriebenen Richtungsspektren und den hohen Kohärenzen in der Bodenschicht zu ziehende Schlußfolgerung ist die, daß sich dort ein großräumiges bodenparalleles Hin- und Herschwingen vollzieht und zwar etwa normal zum Schelf - was jedoch nicht statistisch gesichert ist. Es steht aber in Übereinstimmung mit der Lage der barotropen Ellipsen-Hauptachse, wie sie aus der Fourierkomponenten-Anpassung (Abb. 6.3.4) bestimmt wurde. Es ist dies die Quelle der barotropen Energieabgabe. Diese Abgabe erfolgt wegen der großen barotropen Wellenlängen kohärent und fast in Phase überall im Gebiet der Strommesserverankerungen.

Die Schichtungsverhältnisse am norwegischen Schelf sind sehr variabel. Das Ergebnis der Analyse bedeutet daher nicht, daß nicht doch zeitweise im Meßgebiet Schichtungsbedingungen vorliegen könnten, durch die die Erzeugung barokliner Energie außerhalb des Meßgebietes stattfindet, wodurch die Meßgeräte nicht mehr direkt im Quellgebiet der Energie liegen und damit deren Ausbreitung auch gemessen werden kann.

So wären die Beobachtungen barokliner Gezeitenwellen aus den Schwankungen des Temperaturfeldes (KEUNECKE, 1973) sowie einige Energiespitzen im Bereich barokliner Wellenlängen in Teilreihen der Registrierungen erklärlich.

6.3.5. Querspektrenanpassung

Bei den Ergebnissen der vorstehenden Analysen ist eine Anpassung von Querspektren mit vertikalen Eigenfunktionen natürlich sinnlos. Zur Abstützung der Richtungsspektrenberechnungen wurden aber die Strömungsquerspektren

$$A^{mn}(z, z', \underline{x}) \text{ mit } m = 1, 2$$

in boden- bzw. oberflächenparallelen ($z = z'$) Ebenen berechnet. Dabei wurde als Wellenlänge nullter Ordnung $\lambda_0 = 1000$ km gesetzt und für die höheren Ordnungen die Eigenwellenlängen. Das Ergebnis war, daß fast alle Energie im "nullten" Mode enthalten war, die kurzen Wellenlängen hatten i.a. weniger als 10% dieser Komponente. Die Lage der barotropen Hauptachse ergab sich dabei ebenfalls zu NO-SW, wie auch aus der Fourierkomponentenanpassung. Das ergänzt sehr gut die Ergebnisse der Richtungsspektren.

6.4. Übersicht über die weiteren ausgewerteten Experimente

6.4.1. Messungen in der Tiefsee

a) Bei Site D

Die Meßposition Site D ($39^{\circ}20'N$, $70^{\circ}W$) vor der amerika-

nischen Ostküste (s. Abb. 1) ist sicher diejenige Position im Weltmeer, aus der die intensivsten und langandauerndsten Strommessungen vorliegen. Die Daten sind für lange und kurze Perioden und nach den verschiedensten Verfahren ausgewertet worden. Daher war die Anwendung der Querspektrenanpassung hierfür besonders reizvoll. Es wurde ein Datensatz benutzt, der auch von anderen Autoren schon in Bezug auf Gezeiten untersucht worden war.

Leider ist Site D ein problematischer Ort am Kontinentalabfall und seine "Tiefseeigenschaften" sind zweifelhaft. Einerseits ist die Entfernung vom Schelf gering (50 km bis zur 200 m-Tiefenlinie), andererseits liegt die Golfstromachse im Mittel nur etwa 200 km südlich.

Die verschiedenen Interpretationen der bei Site D im Gezeitenfrequenzband gemessenen Stromschwankungen sind kontrovers ausgefallen. REGAL und WUNSCH (1973) werteten eine große Zahl von Stromregistrierungen bei Site D und einige von weiter südlich gelegenen Positionen hinsichtlich der M_2 -Gezeit aus. Sie berechneten die Fouriertransformierten der Stromkomponenten $Ae^{i\phi}$ und dividierten diese durch die Fouriertransformierte der Gleichgewichtsgezeit am Meßort, $A_{G1}e^{i\phi_{G1}}$. Damit hat man für die Stromkomponenten u, v Admittanzen gewonnen,

$$U = \frac{A_u}{A_{G1}} e^{i(\phi_u - \phi_{G1})}, \quad V = \frac{A_v}{A_{G1}} e^{i(\phi_v - \phi_{G1})}$$

Für Ensembles dieser Admittanzen wurden Kohärenzen definiert:

$$K = \frac{\overline{u_i} \overline{v_i}}{\overline{|u_i|} \overline{|v_i|}}, \quad \overline{u_i} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i, \quad \overline{v_i} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i$$

Es wurden zwei Ensembles gebildet, nämlich eines für alle Messungen aus geringerer Tiefe als 100 m, bzw. eines für alle aus größerer Tiefe. Das Ergebnis war, daß in der Oberschicht die Kohärenzen für U und V jeweils 0.5 betrugen, ein Wert dicht bei der Signifikanzgrenze, deren Wert die Autoren nicht angeben. In der Unterschicht betrug die U-Kohärenz 0.58 (Signifikanzgrenze 0.44), die V-Kohärenz war insignifikant. Der Schluß der Autoren ist, zusammengefaßt, daß in der Unterschicht hauptsächlich barotrope, in der Oberschicht mehr barokline Gezeiten vorkommen. Die Ursachen geben sie auch an: Charakteristiken für interne Wellen von Gezeitenperiode kommen vom Schelf her genau in der Oberflächenschicht bei Site D an. Selbstverständlich ist dies möglich; nur erscheint es sehr kühn, diesen Schluß aus drei nicht signifikanten sowie einer signifikanten Kohärenz zu ziehen.

Allgemein sind bei Strommessungen die baroklinen Amplituden oben größer als in der Tiefe - die Energie interner Wellen geht vielfach mit $N(z)$, worauf später noch eingegangen wird -, und man würde daher auch fern vom Schelf Kohärenzen von Admittanzen erwarten, wie die Autoren sie berechnet haben.

Eine Untersuchung simultaner Zeitreihen aus sechs Tiefen hinsichtlich der M_2 -Gezeit wurde von MAGAARD und McKEE (1974) durchgeführt. Die Zeitreihen laufen vom 6.10 bis 2.12.1969. Wie SAUNDERS (1971) zeigte, störte ein Golfstromwirbel, der bis ca. 1000 m Tiefe hinabreichte, die hydrographische Schichtung im Meßgebiet. Für die Berechnung der Eigenfunktionen teilten daher Magaard und McKee die Zeitreihen in zwei Hälften auf, für die jeweils konstantes $N^2(z)$ (s. Abb. 6.4.2) angenommen wurde. Für beide Stücke berechneten sie dann die Fourierkoeffizienten für die

M_2 -Gezeit und daraus durch Anpassung die Fourierkoeffizienten der Eigenfunktionen. Anzumerken ist, daß die oberen vier Strommesser in 13 m, 53 m, 105 m und 207 m in einer anderen Verankerung als die unteren beiden in 1044 und 2066 m ausgebracht waren; der Horizontalabstand betrug 3,5 km. Das Ergebnis der Anpassung war, daß die barotrope Gezeit in beiden Teilen sehr ähnlich herauskam und die baroklinen Modes für beide Teile sehr verschieden waren.

Die Zeitreihen (h-Werte) aus diesen sechs Tiefen wurden mir freundlicherweise von William McKee (seinerzeit WHOI) übersandt und von mir nach den verschiedenen beschriebenen Methoden ausgewertet.

b) Bei der Großen Meteorbank

Die Lage der Großen Meteorbank im subtropischen Atlantik ist aus Abb. 1 ersichtlich, die Topographie der Bank zeigt Abb. 6.4.1. Auf der Bank und in der Tiefsee um sie herum waren im April 1967 mehrere Strommesser-Verankerungen ausgelegt worden (HORN et al., 1971; MEINCKE, 1971). Brauchbar für die Zwecke der vorliegenden Arbeit war besonders die Verankerung T2, ca. 60 km vom Plateau der Bank in südsüdwestlicher Richtung auf 4600 m Wassertiefe gelegen. Ihre Position ist in Abb. 6.4.1 gekennzeichnet. Die Verankerung enthielt 4 Strommesser in 142 m, 1202 m, 2052 m und 3002 m Tiefe. Die Registrierdauer betrug 350 Std., d.h. gerade genug zur $M_2 - S_2$ - Trennung. Eine Analyse der Gezeitenkomponententrennung K_1, M_2 mit Hilfe der Fourierkomponentenanpassung durch Eigenfunktionen führte bereits MEINCKE (1971) durch. Seine Ergebnisse für M_2 werden im folgenden verwandt.

Die Nähe der Großen Meteorbank macht auch den Ort dieser Messungen als "echte" Tiefseedaten zweifelhaft.

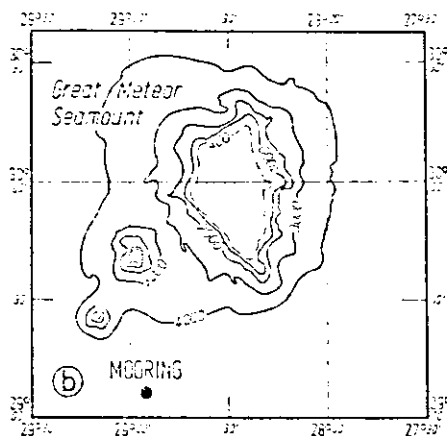


Abb.6.4.1: Topographie der Großen Meteorbank und Position der Verankerung T 2 (●).

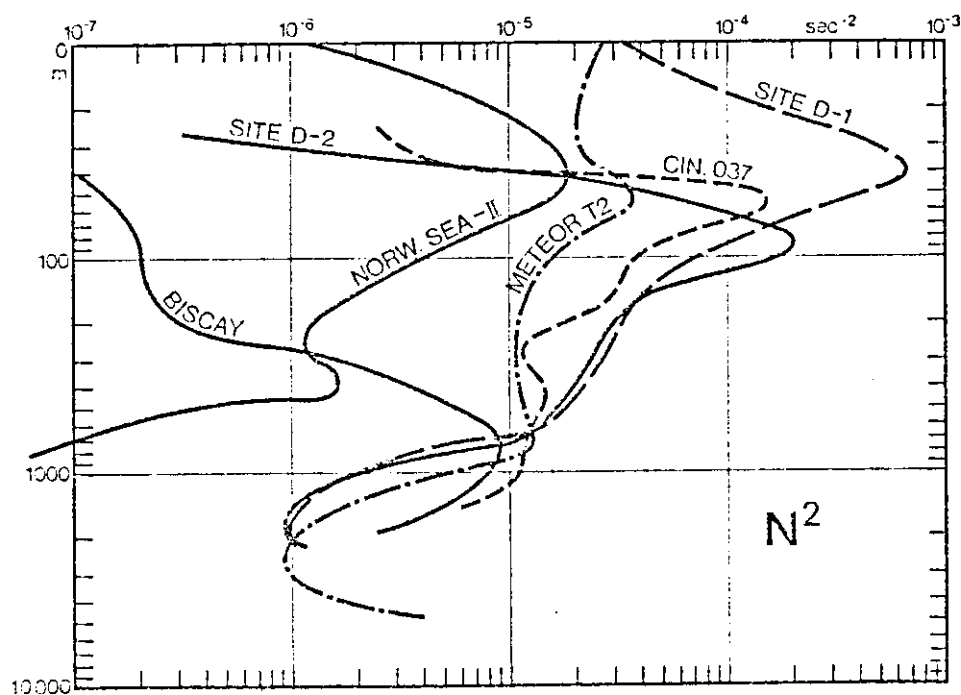


Abb.6.4.2: Mittlere N^2 - Profile in den verschiedenen Meßgebieten.

Bessere Tiefseedaten aus dem Iberischen Becken liegen zwar von einer "Meteor"-Reise Januar-April 1974 vor, sind aber noch nicht ausgewertet (s. Kap. 9).

6.4.2. Messungen im Schelf und im Flachwasser

Am Schelf der Norwegischen See waren wegen des starken Norwegischen Stromes die Gezeitenstromschwankungen von einem hohen Hintergrundrauschen maskiert. Es wurden daher noch Messungen von zwei anderen Schelfregionen - vom Schelf vor NW-Afrika und in der Biskaya, - jeweils von einer Einzelverankerung - in die Analyse einbezogen um zu untersuchen, inwieweit sich vertikal separierte Ansätze auch dort anwenden lassen. Zum Vergleich werden noch Ergebnisse eines bereits ausgewerteten Experiments im Flachwasser verwendet.

a) Schelf vor NW-Afrika

Diese Messungen stammen von der "Meteor"-Expedition CINECA '72 im Februar/März 1972. Die benutzte Station 037 lag am stetig abfallenden Schelfabhang auf 2015 m Wassertiefe mit 6 Strommessern in 153 m, 459 m, 791 m, 1192 m, 1600 m und 2009 m. Die mittleren Strömungen waren sehr gering: maximal 10 cm/sec dicht unter der Oberfläche, weniger als 5 cm/sec unterhalb von 200 m.^{*)} Das N^2 -Profil der Station zeigt Abb. 6.4.2

Die Trägheitsperiode von 36 h ist so weit entfernt, daß es keine Filterprobleme bei der Bandpaßfilterung der halbtägigen Gezeiten gibt.

Die gemeinsame Meßreihenlänge aller 6 Tiefen betrug 380 h, hinreichend für die M_2 - S_2 -Trennung.

Die Daten stellte freundlicherweise J. Meincke zur Verfügung.

*) MEINCKE (persönliche Mitteilung)

b) Schelf in der Biscaya

Es handelt sich um Daten, die vom 5.-24.2.1971 mit einer Verankerung des NIO-Wormley in 6 Tiefen - 91 m, 292 m, 492 m, 990 m, 1487 m und 1986 m - gemessen worden sind. Die Schelftopographie in der weiteren Umgebung der Meßposition ist sehr unregelmäßig; im Umkreis von ca. 20 km um die Meßposition selbst jedoch ist die Bodenneigung gering - ca. 2.5%. Die Meßreihenlänge beträgt 500 h. Die Daten wurden bereits mit der Fourierkomponentenanpassung von GOULD und McKEE (1974) hinsichtlich der barotropen und baroklinen M_2 - und S_2 -Komponenten analysiert. Die Autoren benutzten zwei - sich überlappende - 360 h-Teile der Meßreihen, d.h. Werte 1-360 und 141-500, um die Nicht-Stationaritäten untersuchen zu können. Für die Übersendung der Daten sei W.J. Gould (NIO) gedankt. Die mittlere N^2 -Verteilung an der Meßstation zeigt Abb. 6.4.2.

c) Nordsee

In einem ebenen Teil der nordwestlichen Nordsee wurden im September 1968 mit vier Meßketten Ausbreitungsuntersuchungen an Grenzflächenwellen durchgeführt. Die Ergebnisse sind veröffentlicht und die Querspektren wurden in SW 73 bereits mit der Querspektrenanpassung untersucht. Dieser Datensatz bildet für die beschriebenen Methoden mit vertikaler Separation eine gute Anwendungsmöglichkeit, da anders als bei fast allen bisher behandelten Daten, topographische Störungen weit entfernt sind und die Schichtung horizontal homogen ist - und dazu noch sehr einfach (Zweischichtung). Diese Daten sollen daher hier als Referenzdaten mitverwandt werden.

6.5. Ergebnisse der komponentenweisen Anpassung

6.5.1. Zeitvariable Anpassung

Die Zeitreihen (Stundenmittel) wurden mit einem Bandpaß - Durchlaßbereich 10-14 h, 30 Filterfaktoren - gefiltert. Dann wurden die Vertikalprofile der Stundenmittel durch die Eigenfunktionen approximiert, die aus den N^2 -Profilen der Abb. 6.4.2 berechnet worden waren.

Dargestellt sind hier die Zeitreihen der Stromkomponenten sowie die jeweiligen Zeitreihen der Differenz zwischen Messung und Approximation und die Zeitreihen der Eigenfunktionen für drei Stationen: Site D - Teil 2, CINECA 037, Meteorbank T2*.) Anschließend werden einige Testparameter aus Kap. 4 für die Modes berechnet. Die zeitvariable Anpassung soll u.a. dazu dienen, eventuelle Zusammenhänge zwischen der Energie und den Mondphasen festzustellen.

a) Site D:

Die gefilterten Zeitreihen des zweiten Abschnitts vom 4.11.-2.12.1969 zeigt Abb. 6.5.1a. Oben im Bild sind die Mondphasen gekennzeichnet. Ein Zusammenhang zwischen den Gezeitenamplituden und den Mondphasen ist nicht ersichtlich. In Abb. 6.5.1b sind die Zeitreihen der Eigenfunktionen 0-3 dargestellt und Abb. 6.5.1a gibt unter den jeweiligen Meßreihen die Differenzen Δu , Δv zwischen Messung und Eigenfunktionsapproximation. Das gleiche Verfahren wurde auch auf den ersten Teil der Meßreihe angewandt (hier nicht dargestellt).

Selbstverständlich sind die Zeitreihen der Modes mit großem Mißtrauen zu betrachten, da bei nur zwei Freiheitsgraden die Fehler der Parameter etwa so groß sind wie diese selbst, das 95%-Intervall um ein Mehrfaches größer. Positiv anzumerken ist, daß in Abb. 6.5.1a außer für 105 m Tiefe jeweils die Differenz von Meßreihe und Anpassung wesentlich kleiner als die Messung selbst ist, was einen Teil der Einwände unter 6.6.2 erledigt. Bei Teil 1 der

*) siehe Anhang B

Meßreihe sind hingegen in den unteren Tiefen die Differenzen von gleicher Größe wie die Messung.

Bei einer exakten Eigenfunktionszerlegung müßte in der Zeitreihe des barotropen Modes, der ja M_2 - und S_2 -Komponenten enthält, der Amplitudenwechsel zwischen Spring- und Nippzeit erkenntlich sein. Die Springzeit am 24./25. November sowie Nippzeit am 1./2. Dezember sind auch in beiden Stromkomponenten ausgeprägt, nicht aber die Springzeit am 10./11. November und Nippzeit am 16./17. November. Die nullte Ordnung muß demnach noch Störungen enthalten.

Die Energie der baroklinen Ordnungen zeigen Amplitudenvariationen von etwa einer Größenordnung, die unkorreliert gegeneinander zu sein scheinen.

b) CINECA 037:

Auffällig ist in Abb. 6.5.2a die Stromintensivierung der unteren drei Tiefen, d.h. über die unteren 800 m der Wassersäule. Bei den unteren beiden Tiefen sind bei beiden Stromkomponenten zur Springzeit die Amplituden groß, zur Nippzeit klein. Leider war für die Messungen aus der Norwegischen See eine ähnliche Untersuchung nicht möglich wegen der zu nahe gelegenen Trägheitsperiode.

Man sollte erwarten, daß hier am Schelf die Methoden für horizontale Homogenität und ebenem Boden zu schlechten Ergebnissen führen. Das ist aber nicht der Fall. Die Ergebnisse zeitvariabler Anpassung der Stromkomponenten für Modes 0-3 zeigt Abb. 6.5.2b. Eingezeichnet sind wiederum die Mondphasen. Man erkennt bei beiden Stromkomponenten im barotropen Mode das Amplitudenmaximum um die Zeit des Vollmondes, während zur Nippzeit am 8. März bei beiden Komponenten Gezeitenminima auftreten. Dies Ergebnis sieht ganz so aus, als sei die barotrope Komponente sinnvoll.

Ob die Modes 0-4 oder nur 0 und 1 angepaßt werden, macht kaum etwas für die Amplituden der barotropen Komponenten aus, es wird lediglich die Differenz zwischen Messung und Anpassung umso schlechter, je weniger Modes benutzt werden.

Anders als in anderen Anpassungsbeispielen sind auch in allen Tiefen die Fehler der Anpassung wesentlich kleiner als die Messung, vielleicht mit Ausnahme von u 791, wo bereits die Messung eine mittlere Amplitude von < 1 cm/sec aufweist.

c) Meteorbank T2:

Die bandpaß-gefilterten Zeitreihen der Stromkomponenten in den vier Tiefen zeigt Abb. 6.5.3a, und in Abb. 6.5.3b sind die Eigenfunktionen 0-2 nach der zeitvariablen Anpassung dargestellt. Die Ordinatenskala ist im Vergleich mit den anderen Darstellungen stark überhöht, wegen der Kompliziertheit der Graphomatenzeichnungen wurde aber auf eine optisch ansprechende Wiederholung verzichtet.

Ein Vergleich mit den Mondphasen ergibt, daß die Stromamplituden selbst in Abb. 6.5.3a keinen erkennbaren Gang mit Spring- und Nippzeit aufweisen. Diesen Gang hatte MEINCKE (1971) aus den Verankerungen auf der Kuppe gefunden. Die Fourierkomponentenanpassung hatte dort aber auch einen dominanten barotropen Mode ergeben, während in der Tiefsee gem. Abb. 6.5.3b die erste Ordnung dominant auftritt. Der barotrope Mode hat in der u-Komponente ein Minimum ca. 1-2 Tage nach dem letzten Viertel des Mondes und ein Maximum ca. 1-2 Tage nach Neumond. In der v-Komponente ist das Nippzeitminimum auch vorhanden, das Springzeitmaximum aber nicht eindeutig. Die erste und zweite Ordnung zeigen keinen Gang mit Spring- und Nippzeit. Die Fehler der Anpassung ($\Delta u(z_i)$, $\Delta v(z_i)$) sind im übrigen - s. Abb. 6.5.3a- in der obersten Tiefe fast null, zu größeren Tiefen nehmen sie immer mehr zu. Das liegt in der Lage der

Instrumente in Relation zur Eigenfunktions-Struktur begründet, durch die der Gesamtfehler besonders empfindlich auf die Anpassung der oberen Daten reagiert.

d) Vergleich der Ergebnisse

Aus den Zeitreihen der Eigenfunktionen der gefilterten Zeitreihen in Abb. 6.5.1b, 6.5.2b usw. können Querspektren und abgeleitete spektrale Parameter berechnet werden. Was hier interessiert, sind die spektralen Relationen zwischen u- und v-Komponente eines jeden Modes. Diese spektralen Parameter sehen für barotrope und barokline Komponenten sehr sinnvoll aus. In Tab. 6.5.1 sind aufgeführt der Konsistenztest T_1 und die Ellipsenstabilität.

Der Konsistenz-Test auf freie Wellen, der im Prinzip aussagt, wie gut die Stromschwankungen eine Stromellipse des Achsenverhältnisses f/ω beschreiben, ist für die barotropen Komponenten am schlechtesten. Dort, wo die topographischen Einflüsse am größten sind, d.h. die Abweichung vom freien Wellentyp auch am größten, nämlich in der Nordsee und bei Cineca 037 am Westafrikanischen Schelf, sind die T_1 der barotropen Komponente schlechter als in der Tiefsee bei Site D und der Meteorbank (In der Nordsee z.B. beträgt das Achsenverhältnis der barotropen Komponente am Meßort nur 0.1, wie die Gezeitenkarten zeigen, es ist jedoch $f/\omega = 0.86$).

Die Konsistenz-Tests für die baroklinen Ordnungen sind besser als die barotropen, schlecht wiederum am Schelf (CINECA), ein Indiz dafür, daß dort auch die baroklinen Ordnungen nicht als freie Wellen auftreten. Bei Site D-Teil 1, der Meteorbank und in der Nordsee sind die baroklinen Modes nach diesem Test fast exakt freie Wellen.

Die Ellipsenstabilität wiederum ist für die barotrope Komponente am größten, während die baroklinen Modes geringere

Tabelle 6.5.1: Konsistenz-Test und Ellipsenstabilität
für die Modes der zeitvariablen Anpassung
für halbtägige Gezeit in verschiedenen Meß-
gebieten.

Meßgebiet	Konsistenz-Test T_1 Mode-Nr.				Ellipsenstabilität Mode Nr.				
	0	1	2	3	0	1	2	3	95%
Site D I	11	3	2	6	.33	.21	.06	.40	} .49
Site D II	10	26	14	7	.83	.23	.53	.02	
CINECA 037	100	14	56	6	.98	.76	-	-	.73
Meteorbank	50	3	2	-	.76	.61	.17	-	.76
Nordsee	100	7	-	-	.95	.83	.17	.57	.80

Tabelle 6.5.2: Vertikal gemittelte Energien der Modes ,
 $\frac{1}{2}(\sigma_u^2 + \sigma_v^2)$
bei zeitvariabler Anpassung

Meßgebiet	Mode Nr.				$\bar{\Delta}$ barokl.	$\bar{\Delta}$ barokl.
	0	1	2	3		barotf.
Site D I	0.7	3.3	9.7	2.0	15.0	21.4
Site D II	0.6	1.7	1.8	0.8	4.3	7.2
CINECA 037	2.7	4.3	0.8	0.7	5.8	2.1
Meteorbank T_2	2.2	2.5	0.4	-	2.9	1.3
Nordsee	7.6	1.1	-	-	1.1	.14

Werte aufweisen, d.h. Tendenz zur Isotropie bzw. Variationen der Ausbreitungsrichtungen während der Meßdauer (vgl. 4.2.6). Die 95% Konfidenzgrenze der Ellipsenstabilität - die ja statistisch als Kohärenz behandelt werden kann - ist gleichfalls eingetragen.

Die Ergebnisse der Tab. 6.5.1 zeigen, daß die Zeitvariable Eigenfunktionsanpassung tatsächlich eine Unterscheidung barotroper und barokliner Ordnungen erlaubt, und damit ist auch eine Betrachtung der barotropen und baroklinen Energien sinnvoll (Tab. 6.5.2). Mit den normierten Eigenfunktionen $(\frac{1}{\sqrt{2}} \psi'_{1/2} \approx 1)$ sind aus den Varianzen der Eigenfunktionszeitreihen die mittleren vertikalen Energien der Modes berechnet worden. Das Ergebnis ist, daß die mittlere barokline Energie i.a. größer ist als die barotrope, bei Site D sogar um ein Vielfaches. Bei Site D ist auch die barotrope Komponente viel kleiner als im Ostatlantik. Tab. 6.5.2 sagt aus, daß die barokline Energie fern vom Schelf zumindest nicht kleiner ist als die am Schelf selbst. Die Energie ist vorwiegend im 1. oder 2. Mode konzentriert. Die Anpassungen mit höheren Modes ergaben, daß die Energien gegen die der Tab. vernachlässigbar waren.

6.5.2. Fourierkomponentenanpassung und M_2 - S_2 -Relationen

Die aus den M_2 -Fourierkomponenten der Meßreihen in den einzelnen Meßgebieten berechneten horizontalen kinetischen Energien sind in Abb. 6.5.4 zusammengestellt. Die niedrigsten Energien unterhalb 1000 m treten bei Site D auf. Allgemein sind die Energien im Ostatlantik größer als bei Site D, sieht man von der Norwegischen See ab.

Bemerkenswert ist die Nichtstationarität^{*)}. Selbst bei den Site D-Daten, die je Teilstück 30 Tage umfassen, ist die kinetische Energie um bis zu einem Faktor 10 verschieden in

^{*)} Die Nichtstationaritäten in den breitbandig gefilterten Zeitreihen hätte man sich noch durch Schwebungen zwischen den einzelnen halbtägigen Gezeitenfrequenzen erklären können, hier geht es um die M_2 -Frequenz allein.

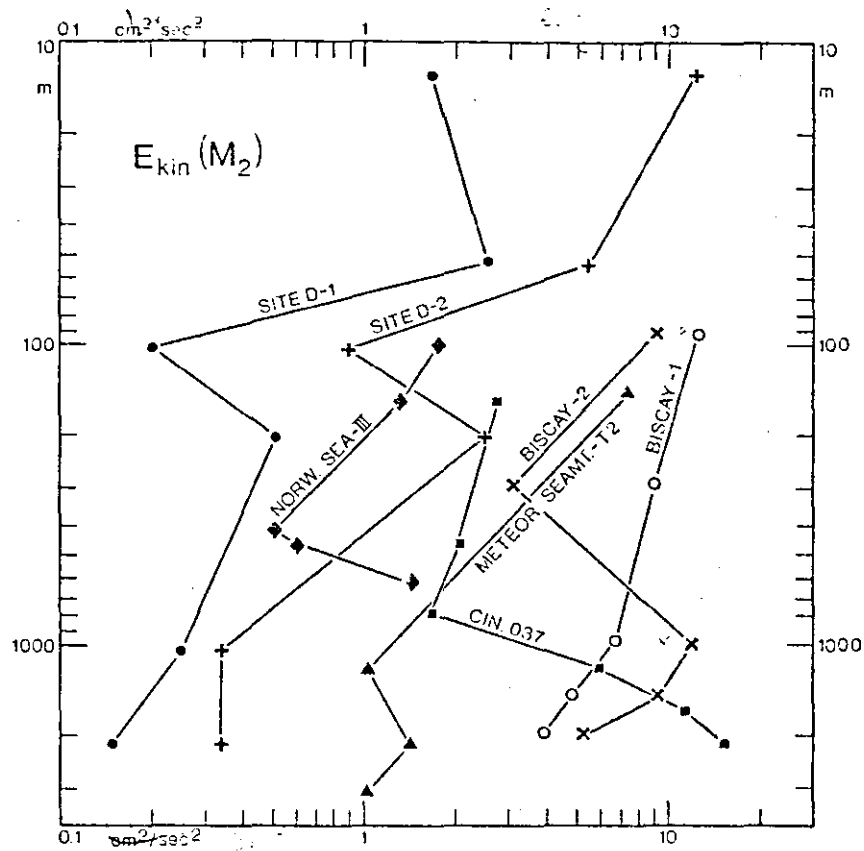


Abb.6.5.4: Horizontale kinetische Energie der M_2 -Gezeit, berechnet aus den Fourierkoeffizienten, bei verschiedenen Meßpositionen sowie bei Site D und Biscaya-von verschiedenen Teilstücken der Meßreihen. Weitere Erläuterungen s. Text.

beiden Teilstücken. Bei den Biscaya-Messungen, wo sich beide Teilstücke um 60% überlagerten, tritt trotzdem noch eine erhebliche Differenz - und zwar systematisch verschieden in Ober- und Unterschicht - der kinetischen Energien auf. Leider wurden für diese Daten keine Fehlerrechnungen durchgeführt, so daß über die Signifikanz nichts gesagt werden kann.

Die Fourierkoeffizientenanpassung ist für die baroklinen Komponenten nicht geeignet. Diese sind stark nichtstationär, also nicht in fester Phasenrelation zur barotropen Komponente. Daher sollen hier nicht die baroklinen Modes, sondern nur die barotropen betrachtet werden. Alle diskutierten Messungen stammen nicht aus der reinen Tiefsee. Deshalb erscheint auch ein Vergleich der M_2 -Komponenten mit den numerischen Rechnungen der barotropen M_2 -Gezeit von PECERIS und ACCAD (1969) wenig sinnvoll.

Man kann davon ausgehen, daß für dicht benachbarte Frequenzen sich Amplituden und Phasen etwa gleichartig beim Fortschreiten von Tiefsee zum Schelf ändern. Für einen Vergleich wurden die Amplitudenverhältnisse S_2/M_2 zusammengestellt, sowie die Phasendifferenzen beider Komponenten, d.h. das Alter der Gezeit, WEBB, 1973 von Land- und Inselstationen der jeweiligen Meßgebiete. Die Amplitudenverhältnisse sind auf der Westseite des Atlantiks mit 0.22 - 0.26 geringer als auf der Ostseite (0.33-0.45). Das Alter der Gezeit liegt zwischen 22 und 39 h in allen Gebieten.

Der Vergleich der barotropen Gezeitenparameter mit diesen Referenzwerten zeigt, daß die Verhältnisse der mittleren horizontalen Stromgeschwindigkeiten S_2/M_2 höher (im Mittel um ca. 50%) sind als die Amplitudenverhältnisse der Landstationen. Das könnte daran liegen, daß barokline M_2 -Energie durch Dopplereffekte auch zur S_2 -Frequenz herüberstreut und wegen der Abhängigkeit der Ordnungen (vgl. 6.6.2) voneinander auch

den barotropen Anteil der Anpassung anhebt. Die Phasendifferenzen haben keine Ähnlichkeit mit denen der Landstationen.

6.6. Querspektrenanpassung

6.6.1. Konsistenz-Tests

Für die Stromquerspektren an den einzelnen Meßgebieten können die Tests T_1 , T_2 aus (4.1.2) berechnet werden. Für nur vertikal separierte Messungen muß auch (4.1.3) gelten (Tests T_3 , T_4) und (4.1.4). Für p Meßgeräte ergibt das $p(p+1)/2$ Tests T_1 und $p(p-1)/2$ Tests T_2-T_4 .

Die vertikalen Mittelwerte der Tests T_1-T_4 zeigt Tab.6.6.1. Am besten erfüllt ist allgemein T_2 . Das läßt sich vielleicht daraus erklären, daß die zugrundeliegende Bedingung (4.1.2b) $C^{12}(z, z'; 0) - C^{21}(z, z', 0) = \int [Q^{11}(z, z', 0) + Q^{22}(z, z', 0)]$ für vertikal stehende Wellen bereits in ihren Teilen erfüllt ist, denn es ist dann sowohl die Differenz links null wegen (4.1.4) als auch jeder Summand rechts wegen (4.1.3).

Tab. 6.6.1 : Gemittelte Konsistenz-Tests für halbtägige Gezeitenfrequenz

Meßgebiet	T e s t			
	T1	T2	T3	T4
Site D I	17.4	4.8	50.0	55.7
Site D II	46.0	9.5	46.8	50.8
Biscaya	65.8	24.8	81.2	102.4
CINECA 037	48.8	11.1	123.1	117.5
Meteorbank T2	19.1	24.0	97.8	115.5
Nordsee	130.9	29.8	81.3	63.0
(Pauschzahlen	54.4	51.2	84.3	100.9)

Die Tests T_1 , T_2 wiederum sind am besten bei den schelf-
ferneren Stationen Site D und Meteorbank - T_2 erfüllt, die
Tests T_3 , T_4 auf vertikal stehende Wellen fallen gleichfalls
bei Site D am besten aus. Die Tests T_1 , T_2 und T_3 , T_4 sind
untereinander nicht vergleichbar - wie bereits in 4.3 ange-
deutet. Das zeigen die T_1 - T_4 der Querspektren von Rausch-
zahlenreihen in Tab.6.6.1., die gleich sein müßten, aber
um einen Faktor 2 verschieden sind.

Daher kann man die Tests nur spaltenweise vergleichen. Da
keine Konfidenzgrenzen der Tests vorliegen, kann aus Tab.6.6.1
auch nicht geschlossen werden, daß sich etwa Daten nicht durch
die Modelle beschreiben ließen.

6.6.2. Anpassung bei Site D

Das Spektrum enthält bei den Gezeitenfrequenzen auch Energie,
die dort auch ohne Gezeiten vorhanden wäre.

Um das vertikale Energieprofil der Gezeit allein zu be-
rechnen, wurde zunächst die Differenz zwischen der Peak-Ener-
gie der halbtägigen Gezeit und dem Kontinuum darunter ermittelt.
Es wird dabei davon ausgegangen, daß sich Kontinuum und Ge-
zeiten mit zufälligen Phasen überlagern. Das bedeutet im
Spektrum $E_{\text{Peak}} = E_{\text{Kont}} + E_{\text{Gez}}$. Der Quotient $E_{\text{Gez.}}/E_{\text{Kont.}}$ für die
beiden Meßreihenteile sowie die sechs Tiefen hat jedoch
keinen systematischen Gang mit der Tiefe, d.h. das Energiepro-
fil der Gezeiten geht etwa so wie das des Kontinuums mit der
Tiefe, die baroklinen Gezeiten haben also keine Ausnahme-
stellung, im Vergleich zu den sonstigen internen Wellen.

Alle Autospektren und Querspektren der Stromkomponenten
wurden benutzt. Im Modell könnte das Kontinuum mit isotroper
Energie $E_{j,\text{Kont}}$ aufgebaut sein

$$A^{mh}(z, z', 0) = \frac{1}{2} \sum E_{j, \text{Gez.}} R_j^{mh}(z, z') \begin{cases} \cdot (\omega^2 - f^2) & \text{für } 11, 22 \\ \cdot (\pm 2i\omega f) & \text{für } \begin{matrix} 12 \\ 21 \end{matrix} \end{cases} \quad (6.6.1)$$

und die Gezeitenanteile aus Peak-Energien $E_{j, \text{Gez.}}$.

$$A^{mh}(z, z', 0) = \frac{1}{2} \sum E_{j, \omega} R_j^{mh}(z, z') \begin{cases} \cdot [(\omega^2 - f^2) \pm (\omega^2 - f^2) \cos 2\phi_j] & \text{für } \begin{matrix} 11 \\ 22 \end{matrix} \\ \cdot [\pm 2i\omega f \pm (\omega^2 - f^2) \sin 2\phi_j] & \text{für } \begin{matrix} 12 \\ 21 \end{matrix} \end{cases} \quad (6.6.2)$$

Nun sind aber wegen des f/ω -Verhältnisses bei Site D die Summanden in 6.6.2, die ϕ_j enthalten, nur von geringem Einfluß, und tatsächlich zeigt die diagonalisierte Matrix, daß die $E_{j, \text{Kont}}$ und $E_{j, \text{Gez.}}$ abhängig sind. Die Aufspaltung in (6.6.1) und (6.6.2) hat deshalb in diesem Fall keinen Sinn.

Beim Vergleich der Arbeiten von REGAL und WUNSCH (1973) sowie MAGAARD und McKEE (1973) wurde folgende Argumentation gehört:

Wenn die Fokussierung von bei Site D in der Oberschicht ankommenden Charakteristiken der Realität entspreche, dann sei es auch klar, daß eine Eigenfunktionsanpassung höhere Ordnungen ergeben müsse, die eben in der Oberschicht den baroklinen Gezeitenanteil und in der Unterschicht nur das Rauschen anpassen.

Diesem Einwand wollen wir begegnen, indem die Querspektrenanpassung einmal mit und einmal ohne Normierung durchgeführt wird. Mit Normierung haben die Auto- und Querspektren aus den größeren Tiefen dasselbe Gewicht wie die aus der Oberschicht. Damit müßte sich, wenn der Einwand gegen MAGAARD und McKEE-Anpassung richtig ist, das Ergebnis sowohl hinsichtlich Energie der Modes als auch Güte der Anpassung fundamental ändern.

Tabelle 6.6.2: Vertikal gemittelte Energien der Modes (in relativen Einheiten)
für die halbtägige Gezeit bei Site D

Mode Nr.	Teil 1		Teil 2		Mit Korrektur für Oberflächenverankerg.	
	mit Normierung	ohne	mit Normierung	ohne	Teil 1	Teil 2
0	0.23 ($\pm .06$)	1.90	0.62	0.46	1.40	1.60
1	0.71 ($\pm .04$)	0.90	0.32	0.31	0.57	.22
2	1.42 ($\pm .02$)	1.34	0.53	0.64	1.25	.52
3	0.67 ($\pm .03$)	.53	0.50	0.39	0.67	.66
4	0.24 ($\pm .09$)	0.38	-	-	-	-
Fmin/Fo	0.35	0.14	0.44	0.35	0.38	0.52

Die Ergebnisse sind aber nicht wesentlich verschieden. Die Qualität der Anpassung - F_{\min}/F_0 - ist allerdings für Teil 1 für die unnormierten Querspektren 0,14 gegen 0,35 für die normierten. Die Nicht-Normierung erhöht besonders die barotrope Komponente. Für Teil 1 könnte man am ehesten sagen, daß die tiefen Instrumente Rauschen zur Anpassung beitragen. Bei Teil 2 hingegen ist die Anpassung nach Normierung nur wenig schlechter. Für eine Anpassung (1.Spalte) sind auch die Fehler der Parameter (vgl. 3.3.24) aufgeführt. Sie sind klein im Vergleich zu den Meßwerten.

Die Bedeutung der einzelnen Parameter für die Anpassung ist aus Tab. 6.6.3 ersichtlich. Am besten bestimmbar sind die Energien E_j , mit weitem Abstand führt die barotrope Energie. Am schlechtesten sind die p_j zu bestimmen, wie bereits festgestellt.

In Tab. 6.6.2 sind allein die Energien aufgeführt. Sie bestimmen die Güte der Anpassung fast ausschließlich bei den Einzelverankerungen. Trotzdem sind die Fehler der ϕ_j durchaus tragbar.

Hier sieht man klar eine der Überlegenheiten der Querspektrenanpassung gegenüber der komponentenweisen Anpassung. Bei letzterer war die Bedeutung der Modes für die Anpassung nicht wesentlich verschieden, die Modes waren abhängig. Hier jedoch sind die Bedeutungen der einzelnen Modes nach Größenordnungen verschieden, die Matrix ist fast diagonal, d.h. die Parameter sind kaum voneinander abhängig. Das liegt daran, daß bei der komponentenweisen Anpassung nur die Vertikalstruktur eingeht, bei der Querspektrenanpassung jedoch die Beziehungen zwischen allen Komponenten gem. 4.2.3.

Wird die Anpassung mit den Kohärenzen gewichtet, ändert sich das Ergebnis wiederum wenig, es wurden aber die Gütefaktoren F_{\min}/F_0 wesentlich besser; $F_{\min}/F_0 = 0.20$ für Teil 1

und 0.10 für Teil 2. Wie angeführt, waren die vier oberen Strommesser an einer Oberflächenverankerung befestigt, die beiden unteren an einer Verankerung mit Unterwasserauftriebskörpern. Vergleichsmessungen mit beiden Verankerungstypen haben ergeben, daß die Energiespektren der Oberflächenverankerungen um einen Faktor 2-5 verstärkt sind infolge der hochfrequenten Vertikalbewegungen der Verankerung (GOULD, pers. Mitteilung). Dieser Effekt wurde hier berücksichtigt, indem die Eigenfunktionen der unteren beiden Meßtiefen um einen Faktor 2 reduziert wurden, die Energien des Anpassungsmodells also um einen Faktor 4. Das Ergebnis dieser Anpassung ist in den beiden letzten Spalten der Tab.6.6.2 dargestellt. Die Anpassung war wiederum normiert. Das Ergebnis ist dem vorigen weitgehend ähnlich hinsichtlich der Energieverteilung auf die baroklinen Modes, lediglich der barotrope ist erhöht. Dies könnte ein Grund dafür sein, daß die barotrope Komponente der Fourierkomponentenanpassung von MAGAARD und McKEE (1973) eine signifikante Abweichung vom Ergebnis der Admittanzenrechnungen von REGAL und WUNSCH (1973) ergab.

Wegen der Unsicherheit in der Bestimmung der p_j, ϕ_j konnte nicht, wie es das Ziel gewesen war, der barokline Energiefluß (vgl.3.3.21) berechnet werden.

6.6.3. Die weiteren Ergebnisse der Anpassung

Weitere Anpassungen wurden durchgeführt für die Daten von der Meteorbank, von CINECA 037, von der Biscaya und zum Vergleich werden wiederum die Ergebnisse aus der Nordsee angeführt. Eine Zusammenstellung der relativen Energien zeigt Tab.6.6.4. Alle Anpassungen sind normiert. Die Ergebnisse sind leider spaltenweise nicht direkt vergleichbar, da die angepassten Querspektren mit verschiedenen Spektralprogrammen berechnet worden sind.

Tabelle 6.6.3: Beispiele für die Bedeutung der einzelnen Parameter für die Querspektrenanpassung

Nordsee	Site D -2	CINECA 037
ϕ_0 2800	E_0 2060	E_0 48
E_1 46	E_3 56	E_2 5.0
E_0 31	E_1 23	ϕ_2 2.8
ϕ_1 .5	E_2 4.6	E_1 2.6
ρ_1 .04	ϕ_2 2.2	ϕ_0 2.0
ρ_0 $4 \cdot 10^{-4}$	ϕ_1 1.3	E_3 1.3
	ϕ_0 1.2	ϕ_1 1.1
	ϕ_3 .8	ρ_2 1.0
	ρ_0, ϕ_1 .6	ϕ_3 .6
	ρ_1 .5	ρ_3 .3
	ρ_2 .4	ρ_1 .5
	ρ_3 .3	ρ_0 .1

Tabelle 6.6.4: Vertikal gemittelte Energien (in relativen Einheiten) für die halbtägige Gezeit in verschiedenen Meßgebieten

	Mode Nr.				F_{min}/F_0
	0	1	2	3	
CINECA 037	$.18^{\pm}.08$	$.93^{\pm}.30$	$.33^{\pm}.19$	0.0	0.86
BISCAYA	$1.08^{\pm}.11$	$7.8^{\pm}.90$	$1.07^{\pm}.14$	0.92	0.52
METEORBANK T2	$0.36^{\pm}.07$	$0.23^{\pm}.07$	$.03^{\pm}.01$	- $^{\pm}.22$	0.42
NORDSEE	$4.09^{\pm}.25$	$0.27^{\pm}.10$	-	-	0.00
SITE D-2	$0.62^{\pm}.07$	$0.32^{\pm}.04$	$0.53^{\pm}.04$	-	0.44

$\frac{E_1}{E_0}$
 $\frac{E_2}{E_0}$
 $\frac{E_3}{E_0}$
 $\frac{E_4}{E_0}$
 $\frac{E_5}{E_0}$
 $\frac{E_6}{E_0}$
 $\frac{E_7}{E_0}$
 $\frac{E_8}{E_0}$
 $\frac{E_9}{E_0}$
 $\frac{E_{10}}{E_0}$
 $\frac{E_{11}}{E_0}$
 $\frac{E_{12}}{E_0}$
 $\frac{E_{13}}{E_0}$
 $\frac{E_{14}}{E_0}$
 $\frac{E_{15}}{E_0}$
 $\frac{E_{16}}{E_0}$
 $\frac{E_{17}}{E_0}$
 $\frac{E_{18}}{E_0}$
 $\frac{E_{19}}{E_0}$
 $\frac{E_{20}}{E_0}$
 $\frac{E_{21}}{E_0}$
 $\frac{E_{22}}{E_0}$
 $\frac{E_{23}}{E_0}$
 $\frac{E_{24}}{E_0}$
 $\frac{E_{25}}{E_0}$
 $\frac{E_{26}}{E_0}$
 $\frac{E_{27}}{E_0}$
 $\frac{E_{28}}{E_0}$
 $\frac{E_{29}}{E_0}$
 $\frac{E_{30}}{E_0}$
 $\frac{E_{31}}{E_0}$
 $\frac{E_{32}}{E_0}$
 $\frac{E_{33}}{E_0}$
 $\frac{E_{34}}{E_0}$
 $\frac{E_{35}}{E_0}$
 $\frac{E_{36}}{E_0}$
 $\frac{E_{37}}{E_0}$
 $\frac{E_{38}}{E_0}$
 $\frac{E_{39}}{E_0}$
 $\frac{E_{40}}{E_0}$
 $\frac{E_{41}}{E_0}$
 $\frac{E_{42}}{E_0}$
 $\frac{E_{43}}{E_0}$
 $\frac{E_{44}}{E_0}$
 $\frac{E_{45}}{E_0}$
 $\frac{E_{46}}{E_0}$
 $\frac{E_{47}}{E_0}$
 $\frac{E_{48}}{E_0}$
 $\frac{E_{49}}{E_0}$
 $\frac{E_{50}}{E_0}$
 $\frac{E_{51}}{E_0}$
 $\frac{E_{52}}{E_0}$
 $\frac{E_{53}}{E_0}$
 $\frac{E_{54}}{E_0}$
 $\frac{E_{55}}{E_0}$
 $\frac{E_{56}}{E_0}$
 $\frac{E_{57}}{E_0}$
 $\frac{E_{58}}{E_0}$
 $\frac{E_{59}}{E_0}$
 $\frac{E_{60}}{E_0}$
 $\frac{E_{61}}{E_0}$
 $\frac{E_{62}}{E_0}$
 $\frac{E_{63}}{E_0}$
 $\frac{E_{64}}{E_0}$
 $\frac{E_{65}}{E_0}$
 $\frac{E_{66}}{E_0}$
 $\frac{E_{67}}{E_0}$
 $\frac{E_{68}}{E_0}$
 $\frac{E_{69}}{E_0}$
 $\frac{E_{70}}{E_0}$
 $\frac{E_{71}}{E_0}$
 $\frac{E_{72}}{E_0}$
 $\frac{E_{73}}{E_0}$
 $\frac{E_{74}}{E_0}$
 $\frac{E_{75}}{E_0}$
 $\frac{E_{76}}{E_0}$
 $\frac{E_{77}}{E_0}$
 $\frac{E_{78}}{E_0}$
 $\frac{E_{79}}{E_0}$
 $\frac{E_{80}}{E_0}$
 $\frac{E_{81}}{E_0}$
 $\frac{E_{82}}{E_0}$
 $\frac{E_{83}}{E_0}$
 $\frac{E_{84}}{E_0}$
 $\frac{E_{85}}{E_0}$
 $\frac{E_{86}}{E_0}$
 $\frac{E_{87}}{E_0}$
 $\frac{E_{88}}{E_0}$
 $\frac{E_{89}}{E_0}$
 $\frac{E_{90}}{E_0}$
 $\frac{E_{91}}{E_0}$
 $\frac{E_{92}}{E_0}$
 $\frac{E_{93}}{E_0}$
 $\frac{E_{94}}{E_0}$
 $\frac{E_{95}}{E_0}$
 $\frac{E_{96}}{E_0}$
 $\frac{E_{97}}{E_0}$
 $\frac{E_{98}}{E_0}$
 $\frac{E_{99}}{E_0}$

Wichtig sind aber folgende Tatbestände: Die Energie ist in niedrigen Ordnungen konzentriert. Weitere in einigen Rechnungen noch hinzugenommene Modes verbesserten die Anpassung kaum und hatten niedrige Energien. Weiterhin ist der Gütekoeffizient am besten dort, wo topographische Störungen und horizontale Inhomogenitäten geringer sind, nämlich in der Nordsee, bei Site D und der Meteorbank. Die Konsistenz-Tests in Tab. 6.6.1 stützen in etwa diese Ergebnisse. Eine Interpretation der in Schelfnähe schlechteren Anpassbarkeit der Querspektren durch Eigenfunktionen zufälliger Phasen ist, daß dort eine stärkere Phasenkopplung besteht zwischen barotroper und baroklinen Komponenten.

6.7. Diskussion

Mit Hilfe der verschiedenen eingesetzten Methoden konnte für ein Schelfgebiet (Norwegische See) ein in sich relativ geschlossenes Bild barokliner Energieerzeugung aus der barotropen Gezeit entwickelt werden. Leider konnte der Energiefluß aus dem Erzeugungsgebiet heraus nicht bestimmt werden.

Die Zeitreihen der Strömungen mit Gezeitenperioden aus den verschiedenen Meßgebieten (in Anhang B) zeigten für schelfentferntere Regionen keine Modulation mit Spring- und Nippzeit. Am Schelf in Bodennähe zeigte sich diese Variation jedoch (CINECA 037). Die nach Eigenfunktionen zerlegten Zeitreihen ergaben i.a. die Spring- und Nippzeit-Modulation für die barotrope Komponente, wohingegen die Amplitudenmodulationen barokliner Komponenten gegeneinander unkorreliert abliefen, was sich auch daraus schließen ließ, daß die Nichtstationaritäten der einzelnen Stationen über die Tiefen verschieden waren. Konsistenz-Test und Ellipsenstabilität ergaben, daß die Stromkomponenten in den baroklinen Ordnungen in der Tiefsee sehr gut als freie interne Wellen zu interpretieren waren.

Die Energien der baroklinen Eigenfunktionen zeigten keine systematische Abnahme von Schelfstationen zu Tiefseestationen - allerdings war das Stationsnetz (Abb.1) für den Test einer derartigen Hypothese auch nicht eng genug.

Der Vergleich von Fourieramplituden und -phasen der M_2 - und S_2 -Frequenz im Verhältnis zu Landstationen zeigte, daß die Anpassung mit phasenkonstanten Eigenfunktionen auch für die barotropen Komponenten stark fehlerbehaftet ist.

Die Querspektrenanpassung war am besten in der Tiefsee, am schlechtesten am Schelf. Die Benutzung der Gezeiten als Testsignal ergab, daß die Querspektrenanpassung gem. 2.2.3 physikalisch sinnvoll ist. Die Energie war in wenigen niedrigen Ordnungen konzentriert. Da die Tiefseestationen nur aus Einzelverankerungen - dazu noch ohne Temperaturmessung - bestanden, konnte der Energiefluß in den baroklinen Komponenten nicht bestimmt werden.

7. Räumliche Struktur von Trägheitswellen

7.1. Frühere Untersuchungen

Trägheitswellen sind überall im Weltmeer beobachtet worden, sie stellen in manchen Regionen einen nicht unerheblichen Teil der gesamten kinetischen Energie der Stromschwankungen (WEBSTER, 1968). Das Ergebnis der zahlreichen Messungen ist nicht überwältigend. Man weiß jetzt nur, daß die früher als wichtig für die Erzeugung angesehenen planetarischen Effekte sowie der Energieübergang aus den Gezeiten entlang der sog. kritischen Breiten - wo Trägheitsperiode und Gezeitenperiode gleich sind - von minderer Bedeutung sein müssen. Man weiß weiter, daß die Trägheitsschwingungen in der oberflächennahen Mischungsschicht (Ekman-schicht) winderzeugt sind. Das konnte überzeugend mit einem einfachen Ansatz von POLLARD und MILLARD (1970) demonstriert werden. Sie benutzten die linearen, vertikal-integrierten Bewegungsgleichungen in der homogenen Deckschicht, wobei die antreibende Kraft als Volumen-kraft dem Windstress proportional gesetzt wurde und die Reibung nach dem GULDBERG-MOHN-Ansatz:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - f x u = - R \cdot u + \tau \quad , \quad (7.1.1.)$$

wobei die Reibungskonstante R eine exponentielle Dämpfung einer Schwingung bedeutet und der Windstress mit der Deckschichttiefe skaliert ist, die bekannt sein muß.

Die solchermaßen berechneten Strömungen stimmten mit den gemessenen gut überein. Besonders aufschlußreich hinsichtlich des immer wieder beobachteten Auftretens von "Wellenpaketen" im Wechsel mit Perioden relativer Ruhe war, daß die Trägheitsschwingungen stark angefacht bzw. gedämpft werden, je nachdem ein Windstress-Sprung in Phase oder Gegenphase zu den Strömungen einsetzt.

Trägheitsschwingungen treten aber auch weit unterhalb der Oberflächenschicht auf. Wie diese Schwingungen entstehen - ob sie etwa durch Wechselwirkung von Strömungen mit Bodentopographie entstehen oder die Energie aus der Deckschicht dort hingelangt - ist noch völlig offen.

Was die Bearbeitung von Trägheitswellen im Rahmen der hiervorliegenden Absicht statistischer Interpretation schwierig macht, ist - zumindest in der Deckschicht - die Phasenkopplung an die Windstress-Schwankungen. Weiterhin sind die Zeitreihen, wenn sie nicht genügend lang sind, nicht stationär - es kann z.B. in der ersten Woche einer 14-tägigen Registrierung ein Event starker Schwingung auftreten, in der zweiten herrscht Ruhe.

Eine Möglichkeit, die oberflächennahen Trägheitsschwingungen aus dem Seegang zu erklären, wies HASSELMANN (1970) nach. Wechselwirkungen im Seegangsfeld erzeugen danach Stromschwankungen so niedriger Frequenzen, daß der Coriolis-term von Bedeutung wird. Eine detaillierte Anwendung auf Daten konnte aber bisher nicht durchgeführt werden.

Was die Auswertung von Beobachtungen angeht, so liegen zwar über die vertikale Struktur von Trägheitsbewegungen relativ umfangreiche Ergebnisse vor, da Analyse von Einzelverankerungen hierfür ausreicht, nicht aber über die Horizontalstruktur. Kennzeichnend im tiefen Ozean ist allgemein eine geringe vertikale Kohärenzlänge (WEBSTER, 1968).

Bessere Kenntnisse über die raumzeitliche Struktur von Trägheitsbewegungen liegen aus der Ostsee vor. KIELMANN et al. (1969) analysierten Trägheitsschwingungen auf mehreren Stationen in der Ostsee, die im Rahmen des Internationalen Ostseeprogrammes 1964 zur Untersuchung großräumiger Zusammenhänge besetzt worden waren. Die

tiefste Strommessung lag bei 100 m. Sie erhielten für die vertikale Energieverteilung in den oberen Tiefenbereichen (0-60 cm) eine Proportionalität $E_{kin} \sim N^{-2/3}$, in der unteren Hälfte der Wassersäule wurde $E_{kin} \sim N$ gefunden. Bei den geringeren Tiefen ist allerdings die N^2 -Berechnung mit großen Fehlern behaftet, sowohl in der homogenen Deckschicht bis 15 m, als auch der Sprungschicht bis 25 m, da hier die Verhältnisse stark veränderlich sind. Die Energie schien allgemein in niedrigen Ordnungen konzentriert zu sein, denn es wurden hohe Vertikalkohärenzen gemessen. Das Energieprofil $E_{kin} \sim N(z)$ sollte hingegen gerade ein Indiz für viele hohe Ordnungen sein.

Eine weitere Analyse (KIELMANN et al., 1973) untersuchte die räumlichen Zusammenhänge von Trägheitsschwingungen und internen Wellen im Arkonabecken 1968 mit Daten von 5 Verankerungen. Es wurden mehrere Frequenzen jeweils mit einem Bandpaß aus den Zeitreihen herausgefiltert und dann die gefilterte Zeitreihe mit der zeitvariablen Anpassung behandelt - was, wie bereits angeführt, dasselbe ergibt wie wenn die Originalzeitreihen angepaßt und dann die Spektren der Modes untersucht werden.

Es ergab sich u.a. für die Trägheitsbewegungen, daß sie von dominanter erster und zweiter Ordnung geprägt waren, die barotrope Komponente war um eine Größenordnung kleiner.

Das Spektrum des barotropen Modes zeigte $E_{kin} \sim \omega^{-1.4}$, dasselbe Verhalten wie die Windstress-Spektren benachbarter Küstenregionen. Die baroklinen Ordnungen zeigten $E_{kin} \sim \omega^{-0.6}$ und damit ein Amplitudenverhalten mit der Frequenz wie die Spektren von Divergenz und Rotation des Windstresses. Die Baroklinität wurde also mit abnehmender Frequenz geringer.

Die Autoren schlossen, daß die baroklinen Komponenten im Innern hauptsächlich von Rotation und Divergenz des Windfeldes angetrieben werden, wie von KRAUSS (1972) theoretisch bestätigt, worauf noch zurückgekommen wird.

Um das abzusichern, müßte allerdings über die Horizontalskalen von Trägheitsbewegungen und Windfeld mehr bekannt sein.

Über die horizontalen Zusammenhänge der Trägheitsbewegungen im offenen Ozean ist jedoch so gut wie nichts bekannt. 1968 war aus dem offenen Ozean eine einzige Horizontalkohärenz berechnet worden. Das Experiment von SCHOTT (1971^b) mit vier Verankerungen in der Nordsee zeigte, daß die Kohärenzlänge dort weit mehr als 4.5 km, dem maximalen Abstand der Meßketten, betragen mußte. Auch die Vertikalkomponente (d.h. Temperaturschwankung) der Trägheitsbewegungen wies eine große Kohärenzlänge auf. Die Wellenlängen der Strömungen ließen sich nicht messen, da die Phasendifferenzen auf 2.2 - 4.5 km fast null waren. Die Querspektrenanpassung der Temperaturschwankungen ergab eine Wellenlänge von 50 km der Vertikal-komponenten.

In den beschriebenen Ostseeuntersuchungen waren die Stationsabstände in der Ordnung von hunderten von km, und es konnte nur ausgesagt werden, daß über diese Skalen die Trägheitsbewegungen inkohärent waren.

7.2. Trägheitswellen bei "Gotland 70"

In Kap.8.1 werden die Details des Meßexperimentes "Gotland 70" dargelegt. Es ist das erste mit einer Abdeckung der Horizontalskalen zwischen 3.5 und 40 km

und hoher vertikaler Auflösung der Messung, das deswegen auch für die dort dominanten Trägheitswellen eine bessere Untersuchungsmöglichkeit liefern sollte als alle früheren Experimente.

7.2.1. Energie und Kohärenzen

Die Stromkomponenten (1h-Mittel) in 14 Tiefen bei der Station S 3 (Lage siehe Abb.8.1.1.) zeigt Abb.

7.2.1^{*}). Man sieht, daß die Trägheitsperiode von 14.4 h den Hauptteil der Stromschwankungen ausmacht. Auch in der Temperatur (Abb. 7.2.2^{*}) sind Schwankungen von Trägheitsperiode vorhanden.

Die kinetische Energie bei der Trägheitsfrequenz ist für alle Stationen in Abb.7.2.3² aufgetragen. Die Werte von Stat. S 3 sind verbunden. Die Energie nimmt stetig mit der Tiefe ab. In 170 m und 210 m sind zwar zwei Zwischenminima der Energie vorhanden (mit und ohne Glättung der Spektren in gleicher Weise), aber eine Vertikalstruktur, die sich in einfacher Weise durch Eigenfunktionen erklären ließe, liegt hier sicher nicht vor. Die Horizontalverteilung der Energie ist am homogensten in 50 m Tiefe. Die Inhomogenität nimmt zur Tiefe hin zu und ist in 180 m Tiefe sogar noch größer als in 15 m Tiefe, in der oberflächennahen Mischungsschicht mit Übergang zur Sprungschicht. In 25 m Tiefe scheint ein Zwischenminimum der Energie vorhanden zu sein. Leider ist der Tiefenbereich zwischen 15 und 50 m schlecht besetzt gewesen. Das 95%-Konfidenz ist groß, da hier nicht das Spektrum geglättet wurde, um keinen Einfluß niedriger Frequenzen zu erhalten. Jedoch ist der Unterschied mit Glättten (bei S3) nicht groß, wie der Vergleich mit Abb.8.1.10 ergibt.

Abb.8.1.10 zeigt, daß das Vertikalprofil der Energie bei der Trägheitsfrequenz stärker mit der Tiefe abfällt als bei den internen Wellen.

^{*}) siehe Anhang B

Die Vertikalkohärenz bei S3 - aufgetragen ist in Abb.7.2.3 Kohärenz K^2 über alle Vertikalseparationen - deutet ein Minimum an bei 100 m Vertikalseparation und ein Maximum bei maximaler Separation. Trägt man die Kohärenzen als Matrix, d.h. für jede Tiefe mit jeder Tiefe auf (Abb.7.2.4), dann sieht man, daß dieses Kohärenzmaximum zwischen Tiefen oberhalb von 70 m und unterhalb von 190 m auftritt (Abb.7.2.3 beruht im Unterschied zu 7.2.4 auf geglätteten Spektren). Abb.7.2.4 spricht für eine dominante niedrige Ordnung. Im Vergleich mit der Periode 7.1 h zeigt Abb.7.2.3 im übrigen die wesentlich höhere vertikale Kohärenzlänge bei der Trägheitsperiode im Vergleich zum Internen-Wellen-Band. Über sämtliche Vertikalseparationen bis $\Delta z = 200$ m hin wird für $T = 14.2$ h^{*)} die Kohärenzen signifikant, bei $T = 7.1$ h ist für $\Delta z = 10$ m keine Kohärenz signifikant.

In Abb. 7.2.5 sind die Horizontalkohärenzen für die Tiefenniveaus 15 m, 25 m, 50 m, 130 m und 180 m - jeweils für die u- und v- Komponente aufgetragen (ungeglättete Spektren). Das 95%-Konfidenzniveau liegt bei etwa 0.7. In der Deckschicht bleibt die quadrierte Horizontalkohärenz auf Entfernungen von 4 bis 25 km über 0.83, 85% der Werte sind größer als 0.90. In 50 m Tiefe sind bis zu Distanzen von 15 km die Werte noch größer 0.9, bei 18 bis 30 km Distanz liegen sie deutlich niedriger und bis zu 40 km sinken sie dann nicht systematisch weiter ab. In 130 m und 180 m Tiefe sind die Werte i.a. insignifikant. Außer im Niveau von ca. 25 m - wo nur drei Messungen mit zudem nicht vernachlässigbaren Tiefendifferenzen untereinander vorliegen - ist eine systematische Abnahme der Kohärenz mit der Horizontalentfernung nicht festzustellen. Die Kohärenzlänge ist demnach größer als

*) Das ist die der Trägheitsperiode nächstliegende Analysenperiode.

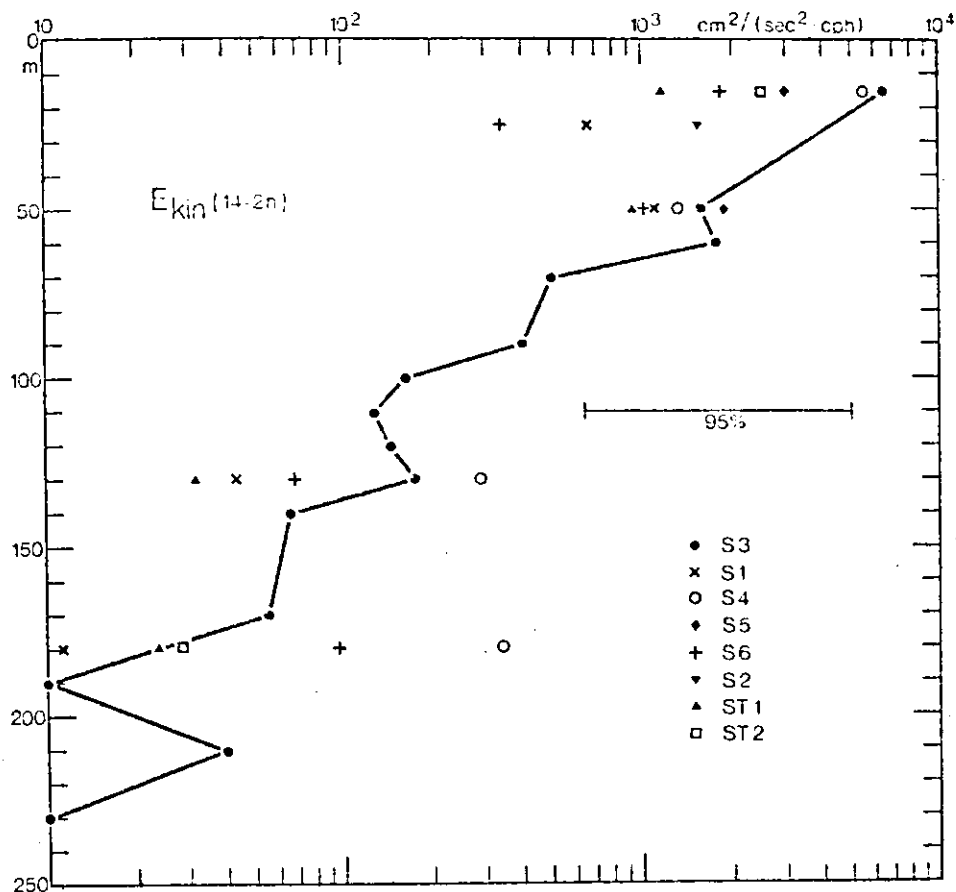


Abb.7.2.2: Kinetische Energiedichte bei der Trägheitsperiode (ungeglättete Spektren) aller Stationen und Tiefen. Stationspositionen s. Abb.8.1.1. Werte für Station S3 sind verbunden.

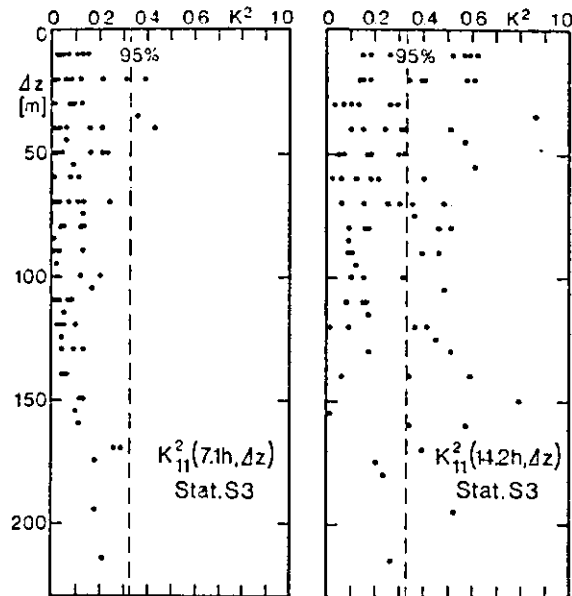


Abb.7.2.3: Vertikalkohärenzen (aus geglätteten Spektren) der u-Komponente für die Trägheitsperiode (rechts) sowie die Periode 7.1h, aufgetragen über den vertikalen Gerätedistanzen .

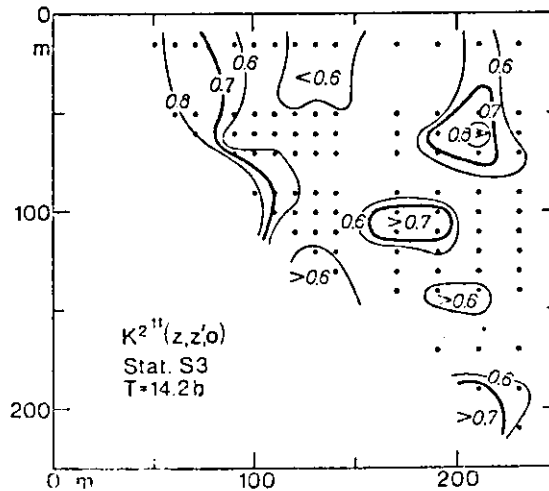


Abb.7.2.4: Vertikalkohärenz (aus ungeglätteten Spektren) der u-Komponente für die Trägheitsperiode für alle Tiefenkombinationen. Die 95% Konfidenzgrenze beträgt 0.70.

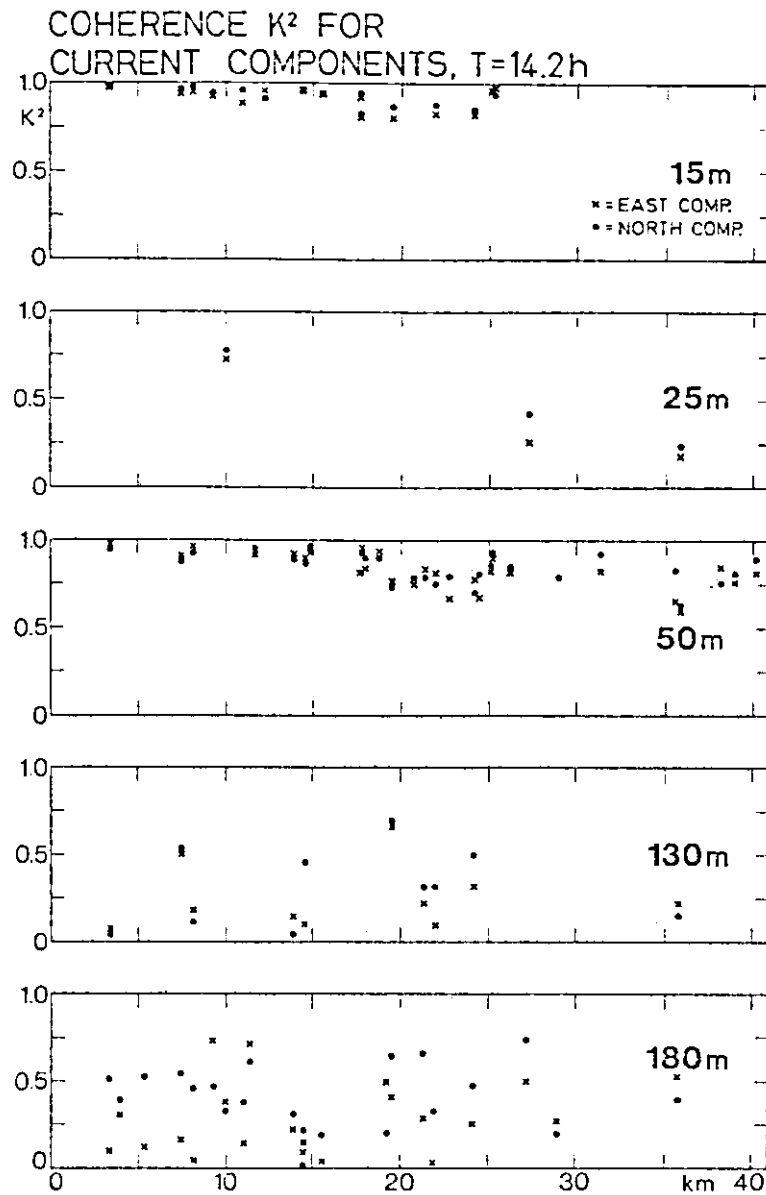


Abb.7.2.5: Horizontalkohärenzen (der Stromkomponenten) (95% Konf. = 0.7) in versch. Tiefen für die Trägheitsperiode; aus ungeglätteten Spektren.

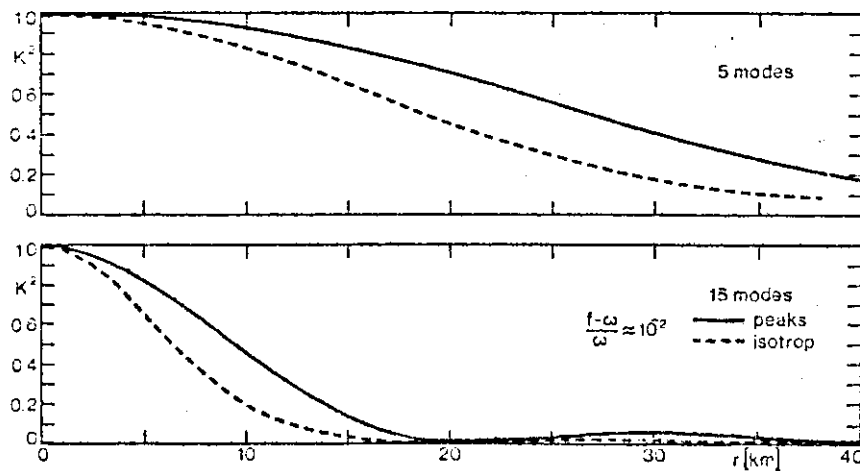


Abb.7.2.6: Theoretische Horizontalkohärenzen für interne Wellen nahe der Trägheitsperiode. Einzelheiten siehe Text.

40 km in der Oberschicht, d.h. bis 50 m, und fast null unterhalb 130 m. Temperaturmessungen liegen nur für wenige Punkte in den einzelnen Niveaus vor und lassen keinen Rückschluß auf die Kohärenzskala der Vertikalkomponenten zu.

Die Horizontalabnahme der Stromkohärenzen sollte nach dem Gesetz (4.2.9) verlaufen. Das läßt sich bei den zu großen Skalen der Wellen aus Abb. 7.2.5 leider nicht prüfen. In Abb. 7.2.6 ist ersichtlich, was das Modell für die Überlagerung von 5 bzw. 15 modes, (gleicher Energie) mit Peak-Ausbreitung (4.2.1) bzw. Isotropie (4.2.2) ergibt. Dabei ist $\omega = 1.01 \cdot f$. Bereits für diese kleine Frequenzabweichung von f ist die Horizontalabnahme der Kohärenz - selbst bei nur 5 modes - größer als in Abb. 7.2.5 für 15 ^{und} 50 m. Die Isotropiekohärenz ist wiederum kleiner als die für Peak-Ausbreitung. Die horizontalen Wellenlängen im Meßgebiet müssen nach diesem Kohärenzvergleich größer sein als die verwendeten Eigenwellenlängen der ersten 5 modes.

7.2.2. Richtungsspektren.

Um die Auflösung des Richtungsspektrums zu testen, wurden verschiedene Testwellenrechnungen durchgeführt. Ein Beispiel zeigt bereits Abb. 2.3.1. Zwei Testwellen - die eine von 105 km Wellenlänge mit Fortpflanzung in Richtung W, die andere von 63 km Wellenlänge mit Fortpflanzungsrichtung N - wurden mit der hochauflösenden Methode noch gut getrennt. Die Richtungsspektren zeigen interessante Ergebnisse.

a) Ebenen 15 m und 50 m

Das hochauflösende Richtungsspektrum zeigt nur ein Maximum und zwar bei $k = 0$. Die Nebenmaxima sind

kleiner als 25% des Hauptmaximums. Für 15 m Tiefe zeigt das Abb.7.2.7. Mit besserer Auflösung für beide Tiefenniveaus und Stromkomponenten zeigt die Lage des Hauptmaximums die Abb.7.2.8. Die Hauptmaxima liegen jeweils für u- und v- Komponente an etwa gleicher Stelle, in beiden Ebenen aber deutlich verschieden: In 15 m Tiefe ist $k_x = 0.015 \text{ km}^{-1}$, $k_y = 0$, d.h. Ausbreitung nach Osten mit Wellenlänge 420 km. In 50 m Tiefe ist $k_x = 0.017 \text{ km}^{-1}$, $k_y = -0.005 \text{ km}^{-1}$, d.h. Ausbreitung nach WSW, Wellenlänge $\lambda = 350 \text{ km}$ etwa wie im oberen Niveau.

Diese Energiespitzen sind allerdings nicht signifikant von null verschieden.

In 15 m Tiefe sind auf 5 Stationen Temperaturregistrierungen vorhanden: S 3-5, ST 1, ST 2. Damit ist auch ein Richtungsspektrum berechenbar, jedoch ist die Auflösung in NS-Richtung besser, da S 3- S 5 auf einer Achse liegen und ST 1, ST 2 nicht weit seitlich dieser Achse. Das führt zu Doppeldeutigkeiten. Die Hauptspitze im hochauflösenden Richtungsspektrum liegt bei $K_x = .25$, $K_y = -0.05$, d.h. Wellenlänge 25 km, Ausbreitungsrichtung 110° . Die Ausbreitungsrichtung stimmt mit der aus den Strommessungen in 15 m bestimmte überein, die Wellenlänge ist jedoch wesentlich kürzer. In 50 m Tiefe liegen alle Temperaturmessungen auf einer Linie, daher kein auswertbares Spektrum.

b) Ebenen 130 und 180 m

Es gibt mehrere Hauptmaxima. In 130 m ist das Hauptmaximum wiederum für u - und v-Komponente an gleicher Stelle $k_x = -0.7$, $k_y = -.05$, d.h. Ausbreitung in Richtung etwa SW. Ein erstes Nebenmaximum liegt in beiden Komponenten bei $k_x = .30$, $k_y = -.90$, d.h. Wellenlänge 6.6 km, weitere Nebenmaxima sind vorhanden. Im 180 m-Niveau sind zahlreiche Peaks vergleichbarer

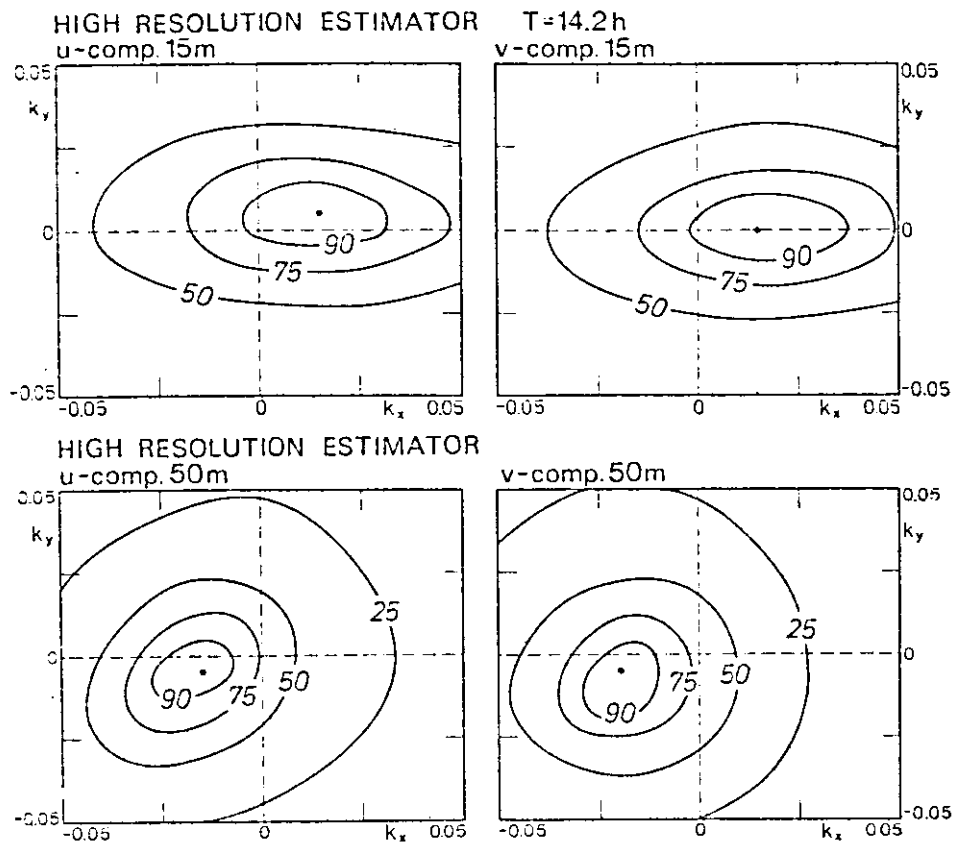


Abb.7.2.8: Detaildarstellung des hochauflösenden Richtungsspektrums um $k=0$ für die Ebenen 15 m (vgl.7.2.7) und 50 m. In 50 m Tiefe sind die Stationen S1, S3, S4, S5, S6, S7, ST1, benutzt worden (vgl.Abb.8.1.1).

Größe vorhanden. Dieses Ergebnis der Richtungspektren deutete sich in etwa bereits in den horizontalen Ebenen an.

7.2.3. Querspektrenanpassung

Die Querspektrenanpassung für Trägheitswellen ist problematisch, selbst wenn die Voraussetzung freier Wellen zuträfe. Die Vertikalelevationen müssen dem Modell gemäß verschwinden; man kann also nur Stromkomponenten behandeln. Das Hauptproblem ist die Ekman-schicht, die im Modellansatz nicht enthalten ist. Die Response dieser Schicht kann aber aus Querspektren mit dem Windstress berechnet werden, worauf noch eingegangen wird.

Die zeitvariable Anpassung der Stromkomponenten von Trägheitsperiode ist für die Zeitreihen vom 8.-17.9., wofür die Schichtung stationär zu sein schien (Abb.7.2.1.b) mit verschiedenen Freiheitsgraden von KRAUSS (persönl.Mitteilung) durchgeführt worden. Danach ist die zweite Ordnung stark dominant für diesen Teil der Meßdauer. Die Folge einer starken zweiten Ordnung kann auch die beobachtete erhöhte Kohärenz zwischen oberen und ganz unten gelegenen Meßgeräten sein. Für die Querspektrenanpassung ergeben die Stromkomponenten von 14 Instrumenten (Station S 3) insgesamt 420 Auto- und Querspektren, fast das doppelte nochmals infolge Real- und Imaginärteiles. An dem Programm mußten erhebliche Änderungen durchgeführt werden, um die Felder in der PDP 10 des Rechenzentrums bearbeiten zu können. Die Konsistenz-Tests zeigt Tab. 8.1.1 zusammen mit denen anderer Frequenzen aus dem internen-Wellen-Band. Die ersten beiden Tests sind sehr gut erfüllt. Das ist aber bei Trägheitswellen

noch kein Beweis für die Anpaßbarkeit mit einem Modell interner Wellen, da T_1, T_2 (S. 4.1.2) auch für einen Ekman-Strom sehr klein werden. Die T_3, T_4 sind, wie bei den Gezeiten, groß gegen T_1, T_2 - wiederum mit dem in 4.3 diskutierten systematischen Fehler. Die T_3, T_4 sind jedoch geringfügig besser als die der sonstigen internen Wellen.

Die Anpassung mit dem Modell (4.2.3) für die Stromkomponenten im Vergleich mit den Anpassungen der sonstigen internen Wellen zeigt Tab. 8.1.4. Der Gütekoeffizient F_{\min}/F_0 ist der schlechteste der verschiedenen Anpassungsrechnungen mit den Daten von "Gotland 70". Allerdings kommt auch hier die zweite Ordnung wie bei der zeitvariablen Anpassung als energiereich heraus. Insgesamt lassen sich aber die Querspektren der Trägheitsperiode nicht gut durch ein Modell interner Wellen anpassen. Daran ändert sich auch wenig, wenn die Querspektren von den Instrumenten aus den oberen Tiefen weggelassen werden, um den Ekmanstrom als Fehlerquelle hinauszubekommen.

7.2.4. Diskussion

Die verschiedenen Analysen haben gezeigt, daß die Horizontalskalen der Trägheitsschwingungen auch unterhalb der Ekman-Schicht, in 50 m Tiefe, (vgl. das Temperaturprofil in Abb. 8.1.3) sehr groß sind mit Wellenlängen von mehreren 100 km. Der Energiefluß in verschiedenen Tiefen ist in verschiedene Richtungen gerichtet (Abb. 7.2.8). Die Vertikalkomponenten haben eine etwa um eine Größenordnung kleinere mittlere Wellenlänge als die Horizontalkomponenten. Ein ähnliches Ergebnis zeigte bereits die Untersuchung von Trägheitswellen in der Nordsee (SCHOTT, 1971b). Trotz der großen vertikalen Kohärenzskala ist die Anpassung mit einem Modell vertikal stehender interner

Wellen schlechter als für interne Wellen geringerer Vertikalkohärenzlängen. Eine mögliche Schlußfolgerung ist, daß die Vertikalkomponente des Energieflusses bei Trägheitswellen größer ist als bei sonstigen internen Wellen.

7.3. Spektrale Behandlung von Trägheitsschwingungen der Deckschicht

Eine Möglichkeit, den Ekmanstrom in der Spektralanpassung zu berücksichtigen wäre, im Modell einfach einen zusätzlichen Mode mit exponentiellen Vertikalprofil einzubauen. Anders als bei den freien internen Wellen müßte hierbei die vertikale Phasendifferenz der Stromkomponenten berücksichtigt werden. Freier Parameter wäre der vertikale Austauschkoeffizient gewesen. Man hätte aber in der Deckschicht mindestens drei Meßgeräte haben müssen, um das Profil anpassen zu können. Dieser Weg wurde wieder verworfen.

Eine bessere Möglichkeit scheint darin zu liegen, die Trägheitsschwingungen in der Deckschicht als vertikal homogen anzunehmen und den einfachen Ansatz (7.1.1) spektral zu schreiben. Man kann so vorgehen, daß die Korrelationen $\langle \bar{u}_x \bar{u}_y \rangle$ usw. der Windstresskomponenten als Funktion der Korrelationen der übrigen Terme in der Bewegungsgleichung angegeben werden, z.B.

$$\langle \bar{u}_x \bar{u}_y \rangle = \left\langle \frac{\partial u}{\partial t} + Ru - fv \right\rangle = \left\langle \frac{\partial v}{\partial t} + Rv + fu \right\rangle$$

Die Querspektren der Windstress-Komponenten erhält man dann durch Fouriertransformation dieser Korrelationen, z.B. mit

$$C_{\bar{u}_x \bar{u}_y} - i Q_{\bar{u}_x \bar{u}_y} = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \bar{u}_x \bar{u}_y \rangle e^{-i\omega\tau} d\tau$$

Diese Rechnung führte FOFONOFF (1973) durch. Mit einem Wellenansatz für die Stromkomponenten ergaben sich relativ einfache Beziehungen zu den Strömungsquerspektren. Für den $\tilde{z}_x \tilde{z}_y$ -Term wiederum wird z.B.

$$C_{\tilde{z}_x \tilde{z}_y} = f R (C'' - C'') + (\omega^2 + R^2 - f^2) C'^2$$

Aus den vier Gleichungen für $C_{\tilde{z}_x \tilde{z}_y}$, $C_{\tilde{z}_y \tilde{z}_y}$, $C_{\tilde{z}_x \tilde{z}_x}$ und

$Q_{\tilde{z}_x \tilde{z}_y}$ lassen sich dann umgekehrt die Auto- und Querspektren der Stromkomponenten in Abhängigkeit der Auto- und Querspektren des Windstresses angeben. Sind die Windstressquerspektren gemessen, kann eine solche Anpassung an gemessene Strömungen vorgenommen werden. Dabei ist der Reibungsfaktor R freier Parameter.

Der Response in der Ekman-Schicht fällt von der Trägheitsfrequenz aus zu höheren und niederen Frequenzen in Abhängigkeit von R, f, ω ab.

Es war angestrebt worden, diesen Ansatz in das Querspektrenanpassungsmodell einzubauen. Schließlich wurde davon zunächst Abstand genommen, da keine genügend guten Windregistrierungen vorlagen. Winddaten aus nahegelegenen Küstenstationen sind zwar von den zuständigen meteorologischen Diensten angefordert, man darf sich davon aber nicht zuviel versprechen, da die Windschwankungen an Landstationen gegenüber denen über See stark verfälscht sind.

Unter Weglassung des Reibungstermes in (7.1.1) untersuchte GONELLA (1972) den Response in der Ekman-Schicht auf Windstresschwankungen mit Hilfe der Technik komplexer Vektoren mit dem Datenmaterial von Site D. Er fand gute Kohärenz der Strömungsschwankungen mit der rechtsdrehenden Komponente des Windstresses. Damit müßte der Response der Ekman-Schicht verschieden sein, je nachdem auf welcher Seite einer sich ausbreitenden

meteorologischen Störung die Strommessung gemacht wird, und zwar stärkerer Response auf der rechten Seite der Störungsbahn (Nordhalbkugel).

Eine weitere Möglichkeit, die Strömungen auch in der Unterschicht spektral an den Windstress zu koppeln, kann aus den theoretischen Überlegungen von KRAUSS (1972) abgeleitet werden. Er berechnete den Response eines aus homogener Deckschicht und Unterschicht mit $N^2 = \text{const}$ bestehenden Meeres auf ein Windstressfeld. Neben den Fredholmschen Lösungen in der Deckschicht entstehen interne Wellen in der Unterschicht, deren Erzeugung durch die Vertikalbewegungen der Sprungschicht geschieht. Die wiederum sind dem Rotations- und Divergenzfeld des Windstress proportional. Die Energie in der Unterschicht ist allerdings nicht mehr auf die Trägheitsperiode konzentriert. Für kürzere Skalen der erzeugenden Windfelder treten auch höhere Frequenzen auf. Es muß dann also das Gesamtspektrum angepaßt werden, d.h. eine Kombination zwischen GM 72 und SW 73 (s.Kap.5.3), in der auch Vertikalausbreitung der Energie zugelassen sein muß.

- 8. Räumliche Struktur interner Wellen
- 8.1. Untersuchungen an Daten aus der Ostsee
- 8.1.1. Das Meßprojekt "Gotland '70"

Eines der umfangreichsten Experimente, das je zur Untersuchung der räumlichen Struktur barokliner Stromschwankungen durchgeführt wurde, war das Projekt "Gotland '70"*) In Zusammenarbeit zweier Abteilungen des IfM und der FWG wurden im Gotlandbecken 13 Verankerungen mit mehr als 60 Meßgeräten ausgelegt. Die Meßdauer betrug im Mittel 17 Tage^{**)}. Eine Übersichtskarte mit der Bodentopographie sowie den Verankerungspositionen zeigt Abb.8.1.1. Die Wassertiefe wechselt im Bereich der Verankerungen von 50 m bis 242 m. Die Bodentopographie muß hier die Ausbreitung interner Wellen stark beeinflussen, so daß Rückschlüsse von den hier gefundenen Zusammenhängen auf die Verhältnisse in den oberflächennahen Schichten des offenen Meeres nur mit großer Vorsicht zu ziehen sind. Dieser Datensatz wurde aber im Rahmen der vorliegenden Arbeit ausgewertet, weil sowohl die Vertikalstruktur hoch aufgelöst wird - in der Kette S 3 arbeiteten 14 Strommesser- als auch die Horizontalskala sehr gut besetzt war: Die Kohärenzdistancen reichen von 3.5 km bis 41 km. Mehrere Tiefenniveaus sind über die Horizontalskala mit bis zu 8 Geräten besetzt. Damit ist dieses Material trotz der aus der speziellen Ostseesituation gegebenen Einschränkungen für die Untersuchung der räumlichen Zusammenhänge interner Wellen und besonders Trägheitswellen (s.7.) von besonderer Bedeutung.

Die folgende spektrale Interpretation des Bewegungsfeldes erfordert zunächst die Demonstration einiger mittlerer Verteilungen von Parametern.

Die Schichtung im Untersuchungsgebiet ist aus Abb.8.1.2 ersichtlich. Der spezielle Ostseecharakter - nämlich geringer

*) Planung und Organisation dieses Experimentes waren von Prof. W. Krauss durchgeführt worden.

**) Für die Aufbereitung der Daten sei den Herren Dr.E.Hollan und Dipl.-Math. J. Kielmann besonders gedankt.

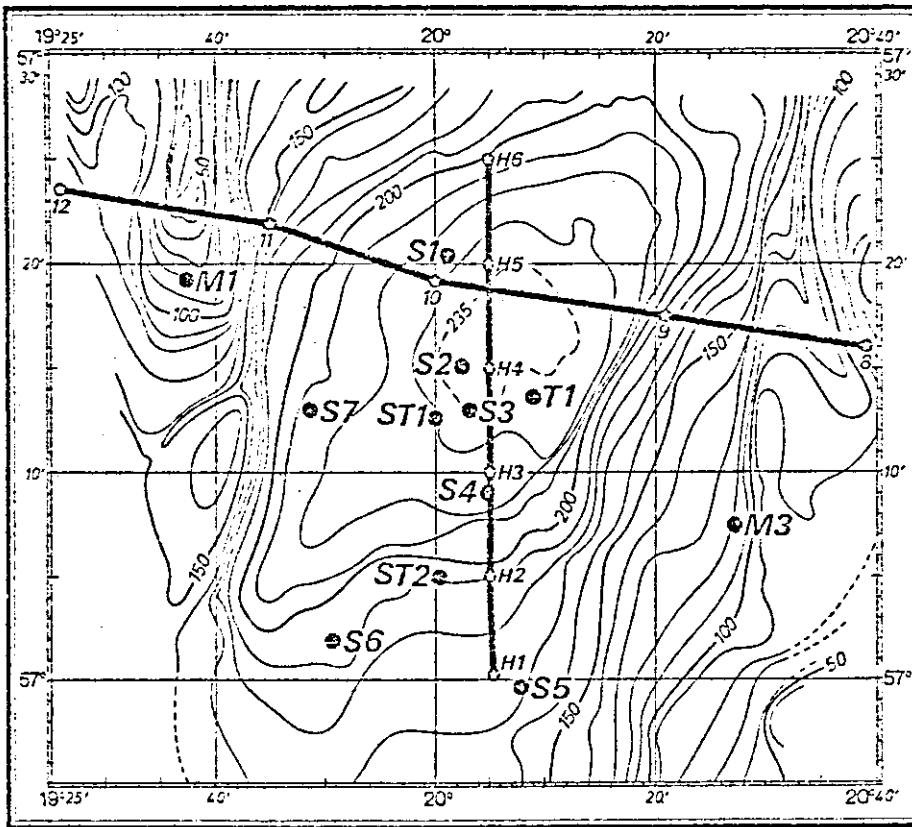
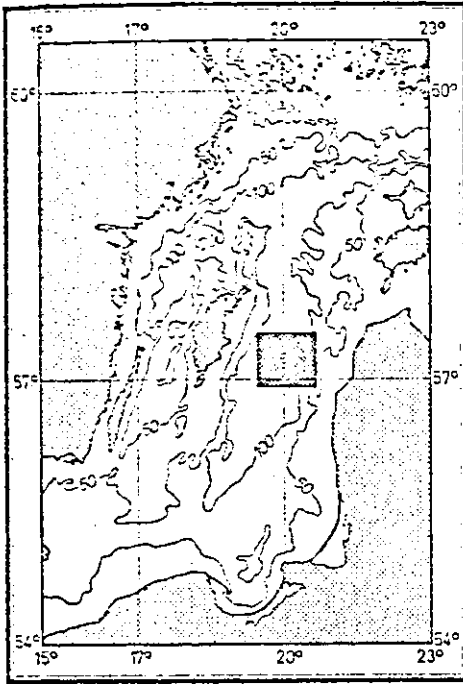


Abb. 8.1.1: Weiskarte zum Meßprojekt "GOTLAND '70".

Oben: Übersichtskarte

Unten: Positionen der Verankerungen und Lage
der Schnitte in Abb. 8.1.2

(Tiefenkarte nach HOLLAN, 1974)

Salzgehalt in der Oberschicht sowie das Temperaturminimum von 2°C in 50-60 m Tiefe - macht die Schichtung komplizierter, als es in der Oberschicht des offenen Meeres der Fall ist. Der Längs- und Querschnitt in Abb.8.1.2 zeigen weiter, daß .. horizontale Homogenität mit guter Näherung im Gebiet der Verankerungen angenommen werden kann. In Abb.8.1.3 sind die mittleren Temperaturen der Meßgeräte eingetragen. Sie liegen gut auf einem gemeinsamen Profil, so daß auch über die Gesamtzeit Homogenität vorhanden zu sein scheint.

Die Deckschicht unterlag zeitlichen Veränderungen infolge der Windverhältnisse. Bis zum 2. September herrschte nur mäßiger Wind, vom 3.-7. September trat eine Starkwindperiode mit bis zu 8 Bft auf, danach lagen die Windgeschwindigkeiten wieder unter 20 kn. Entsprechend war die Deckschicht in der Anfangsphase der Messungen nicht voll durchmischt, es hatte sich ein leichter Temperaturgradient aufgebaut. Während der Starkwinde wurde sie durchmischt und sank ab. Das zeigt sich deutlich in Abb.7.2.1.b anhand der Temperaturzeitreihen von Stat. S 3. Zu Beginn der Messungen ist der Meßfühler in 15.4m Tiefe noch in der Sprungschicht, Temperaturschwankungen von mehr als 3°C mit Trägheitsperiode treten auf. Vom 3. September ab ist dieser Sensor in der oberflächennahen Mischungsschicht mit einbezogen. Nun liegt die Sprungschicht zwischen 15 und 50 m Tiefe. Die mittlere Temperatur in 15 m Tiefe nimmt bis zum Ende der Messungen stetig ab. In den darunterliegenden Schichten änderte sich die Schichtung kaum. Insgesamt kann von stationärer Schichtung gesprochen werden, da sich durch die geringe Deckschichtvertiefung die Eigenwerte nicht wesentlich verändern.

Die mittleren Strömungen im Meßzeitraum sind gering, wie Abb.8.1.6 für die stark besetzte Strommesserposition S 3 sowie die 13.9 km entfernte S 1 zeigt. In 35 bzw. 50 m Tiefe

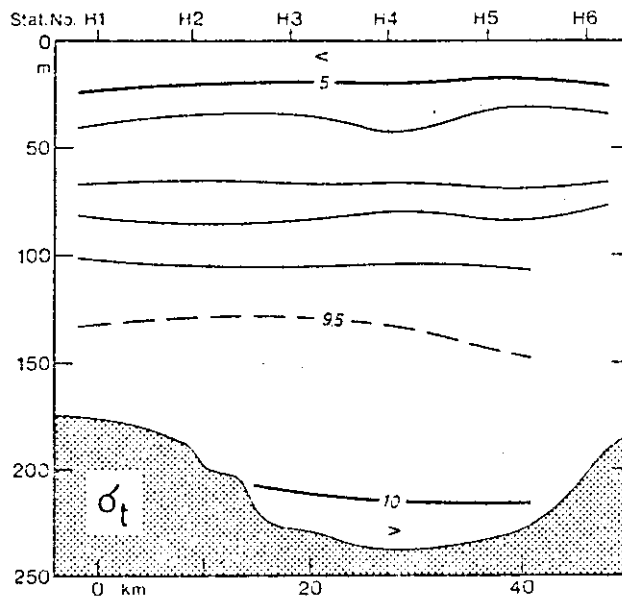
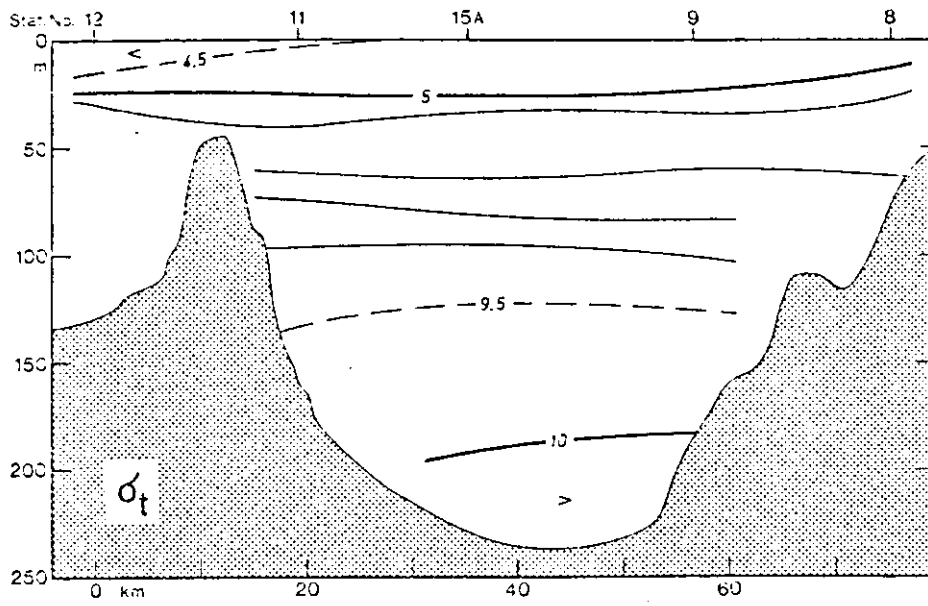


Abb. 8.1.2: West-Ost-Schnitt von γ_1 (oben) und
Süd-Nord-Schnitt von γ_2 (unten).
Lage der Schnitte s. Abb. 8.1.1

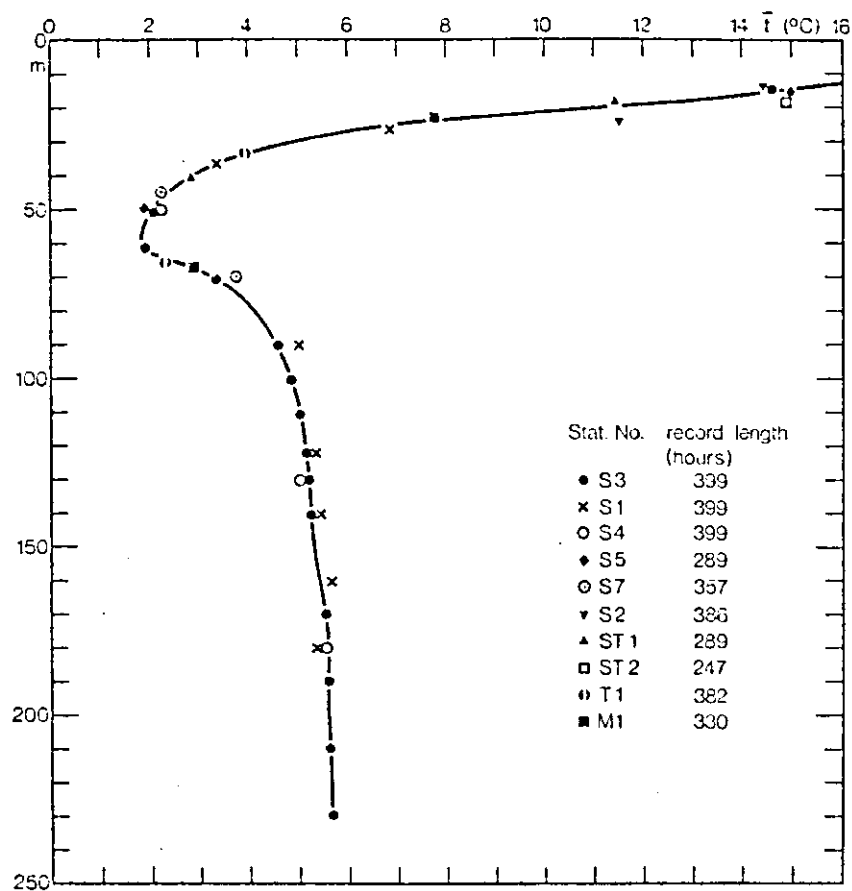


Abb.8.1.3: Mittlere Temperaturen bei versch. Stationen und Tiefen. Profil für Stat. S 3 verbunden. Meßreihenlänge in Std. für jede Station aufgeführt.

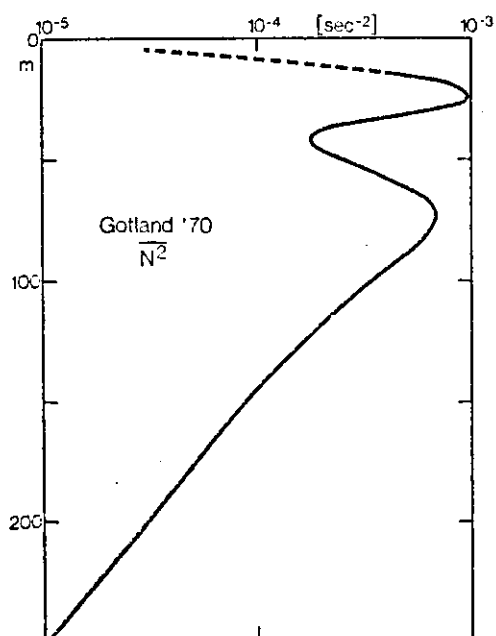


Abb.8.1.4: Mittleres Profil der quadrierten Väisälä-Frequenz im Meßgebiet.

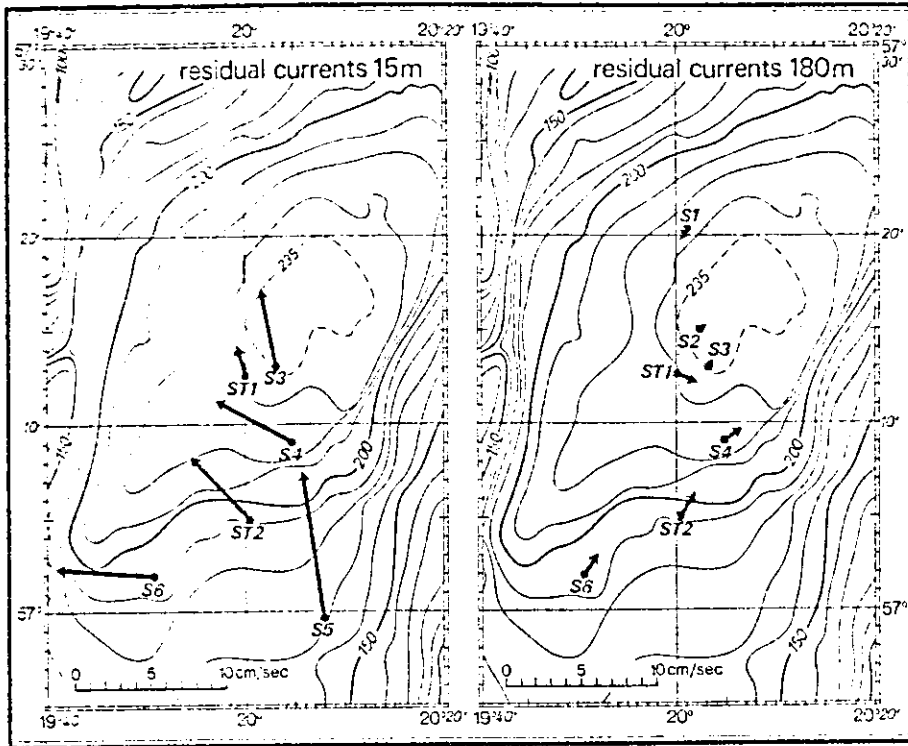


Abb.8.1.5: Mittelwerte der Strömung in 15 m (links) und 180 m Tiefe (rechts)

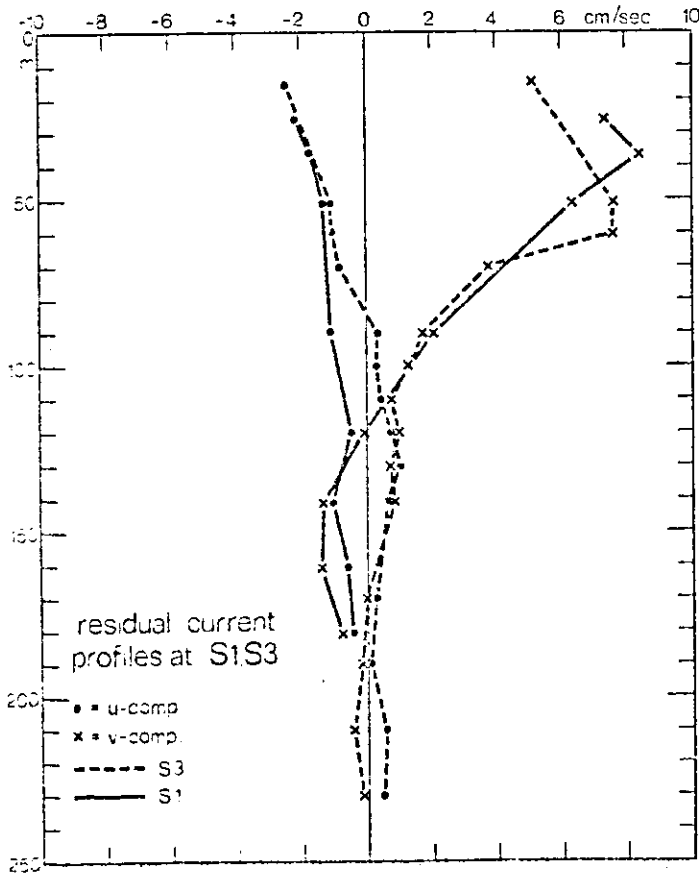


Abb.8.1.6: Vertikalprofil der Strömung bei den Stationen S 1, S 3.

tritt der maximale Strom von mehr als 7 cm/sec und Nordrichtung auf, unter 100 m sind die mittleren Strömungen kleiner als 1 cm/sec. Das horizontale mittlere Stromfeld in 15 m und 180 m Tiefe über einen kürzeren Zeitraum als in Abb. 8.1.6 - da einige Strommesser vor Ende der Meßperiode ausfielen - zeigt Abb. 8.1.5. In 180 m Tiefe sind die Strömungen kleiner als 2 cm/sec und die Zirkulation ist isobathenparallel. In 15 m Tiefe treten N-NW-Strömungen von max. 9 cm/sec auf. Die mittleren Strömungen sind also gegen die Stromschwankungen von i.a. mehr als 10 cm/sec klein.

Ein mittleres Profil der Väisälä-Frequenz ist in Abb. 8.1.4 dargestellt. Unterhalb von 100 m nimmt N^2 mit guter Näherung exponentiell ab.

8.1.2. Stromschwankungen

Die horizontale kinetische Energie - d.h. die halbierte Summe der Varianzen der Stromkomponenten - ist in Abb. 8.1.7 logarithmiert über der Tiefe für die einzelnen Stationen aufgetragen. Die horizontale Streuung der Energiewerte ist am größten in Bodennähe in 180 m, größer noch als in 15 m im Übergang zwischen Deckschicht und Sprungschicht, was auf die Störung durch die Bodentopographie in der Tiefe hinweist. Die Werte für 180 m sind für einen Zeitraum von 288 h berechnet, wohingegen die geklammerten Werte der Stationen S 1, S 3 für die Gesamtdauer von 399 h gelten, für die die beiden verbundenen Profile gültig sind. Die beste horizontale Homogenität ist in 50 m gegeben, wo maximale und minimale Energie nur um den Faktor 2 auseinanderliegen. Zwischen 15 und 50 m, in etwa 20-30 m Tiefe, scheint ein Energieminimum vorzuliegen. Leider waren in dieser Tiefe einige Geräte ausgefallen.

Einen Überblick über die Isotropieeigenschaften der Stromschwankungen verschafft die Darstellung des Quotienten $\overline{\tau_v^2} / \overline{\tau_u^2}$

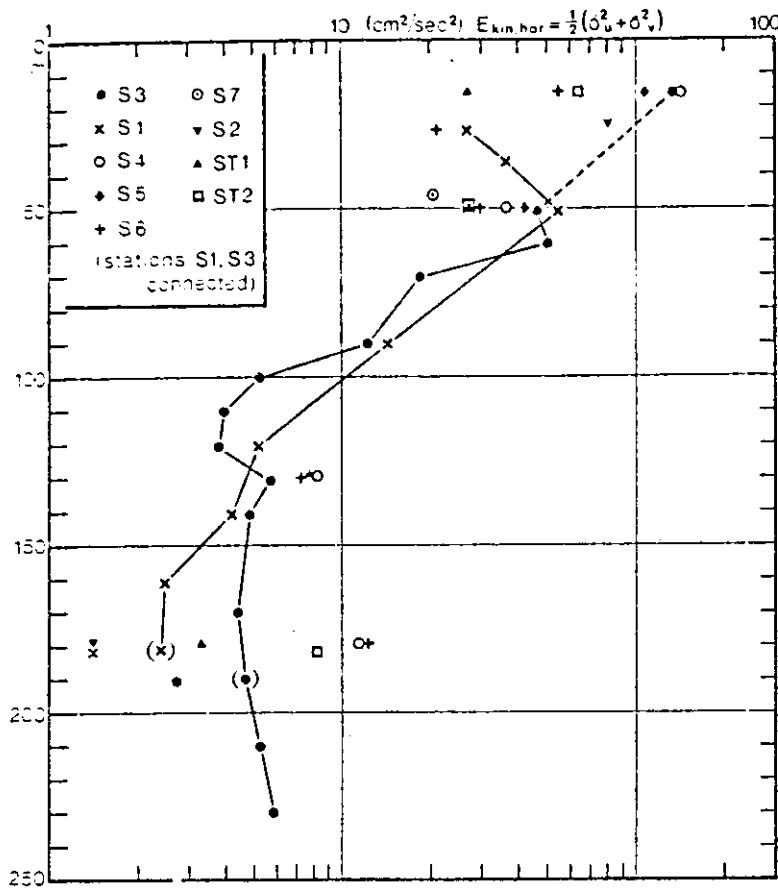


Abb. 8.1.7: Kinetische Energie bei versch. Stationen und Tiefen (halbierte Summe der Varianzen).

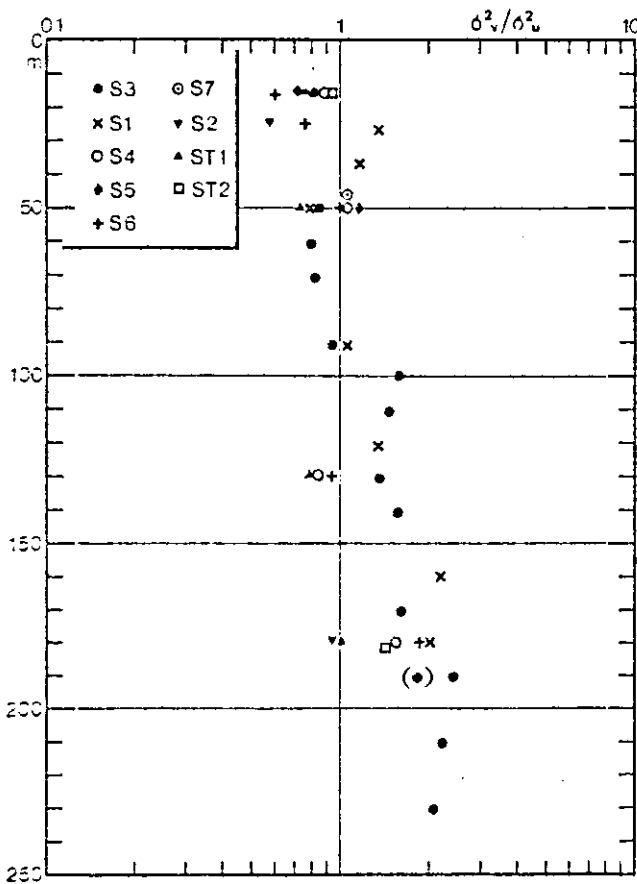


Abb. 8.1.8: Verhältnis der Varianzen der Stromkomponenten (Nord/Ost).

der Strömungsvarianzen (Abb.8.1.8). In 50 m ist geringe Streuung dieses Wertes um 1 festzustellen, in 15 m Tiefe überwiegen die Ostkomponenten und unterhalb 100 m die Nordkomponenten. Es ist denkbar, daß dabei die Nordsüd-Erstreckung des Gotlandbeckens eine Rolle spielt.

8.1.3. Energieverteilung im Band interner Wellen

Zur Untersuchung der spektralen Zusammenhänge wurden die Spektren durch übergreifende Mittelung geglättet. Für die Glättungsfaktoren wurde eine Dreiecksfunktion genommen. Geglättete Spektren (mit 11 Glättungsfaktoren) in verschiedenen Tiefen bei Station S 3 zeigt Abb.8.1.9a. Es sind dies die Spektren der kinetischen Energiedichte $\frac{1}{2} (C^{11} + C^{22})$. Im Bereich der Trägheitsfrequenz sind die geglätteten Spektren stark abgerundet im Vergleich mit der Energiespitze bei den ungeglätteten. Der Abfall mit der Frequenz geht etwa mit ω^{-3} zwischen 0.1 und 0.5 cph, was z.T. auf dem Einfluß der Glättung beruht. Zu höheren Frequenzen hin flacht der Abfall ab. Aus - hier nicht dargestellten - Spektren bis zur Frequenz 6 cph ergibt sich für den hochfrequenten Teil der Spektren ein Abfall etwa mit $\omega^{-0.8}$. In Tiefen unterhalb 180 m ist die Väisälä-Periode größer als 15 min bis max 35 min. In diesen Tiefen fallen bei $\omega > 2$ cph die Spektren nicht mehr mit der Frequenz ab.

Die Energiedichte im gesamten hier betrachteten Frequenzbereich nimmt mit der Tiefe ab, zwischen 15 m und 230 m um einen Faktor 20 im Interne-Wellen-Band. Diese Tiefenverteilung war auch schon aus den Varianzen (Abb.8.1.7), d.h. dem Integral der Energiedichtespektren erkennbar gewesen. Werden die Spektren mit dem Profil der Väisäläfrequenz normiert, dann liegen sie im Bereich langer interner Wellen eng zusammen. Das

15 m-Spektrum ist in diesem Bild nicht berücksichtigt, da dort, an der Obergrenze der Sprungschicht, das N-Profil zu unsicher ist.

Die Spektren wurden nur bis zur Periode von 2 h dargestellt, da hier die niederen Frequenzen von Interesse sind. Für höhere Frequenzen besteht im übrigen die Gefahr, daß Strommesser verschiedener Typen verschiedenen Response zeigen (SCOR WG 21, 1968). Das Auseinanderlaufen der normierten Spektren in Abb. 8.1.9b bei höheren Frequenzen ist aber real, da dies alles Geräte vom Typ Aanderaa waren.

Die Horizontalverteilung von E_{kin} zeigt für die 50 m-Ebene Abb.8.1.9c. Die Energiedichte variiert hiernach um weniger als einen Faktor 2 im Entfernungsbereich von 3 bis 40 km. Zu langen Perioden hin macht sich horizontale Inhomogenität bemerkbar. Auch die Trägheitsperiode wird noch von dieser Inhomogenität beeinflusst, da die 11 Glättungsfaktoren sie mit den niederen Frequenzen zusammenmitteln. Ein wesentlicher Beitrag zu der Streuung der Varianzen stammt demnach aus dem niederfrequenten Bereich. Das bedeutet, daß die Varianzen, nur als Integrale über das Interne-Wellen-Band genommen, besser als die in Abb. 8.1.7 horizontale Homogenität zeigen sollten.

Im folgenden sollen- neben der Trägheitsfrequenz - aus dem Interne -Wellen-Band drei Frequenzen weiter betrachtet werden. Ihre entsprechenden Perioden lauten 7.1 h (die bei der Mittelung und den hier gewählten 64 Frequenzen des Spektrums gerade nicht mehr von der Trägheitsfrequenz beeinflusst wird), dann 4.0 h und 2.5 h. Die Energieprofile dieser vier Frequenzen bei Stat. S 3 sind in Abb.8.1.10 dargestellt. Zum Vergleich ist $N(z)$ im unteren Teil der Wassersäule eingezeichnet. (Skala dazu s. Abb.8.1.4). E_{kin} fällt dort bei den höheren Frequenzen $\sim N(z)$ ab. Dem N-Minimum bei 50 m Tiefe entspricht

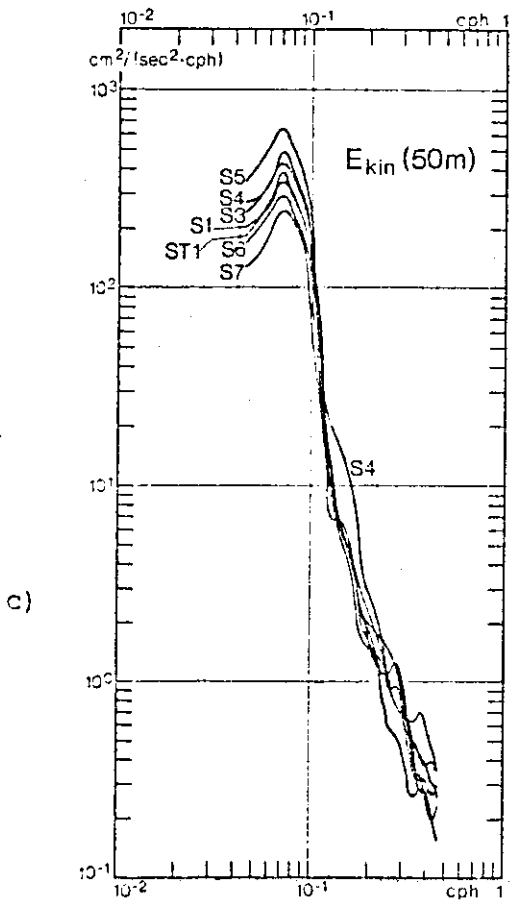
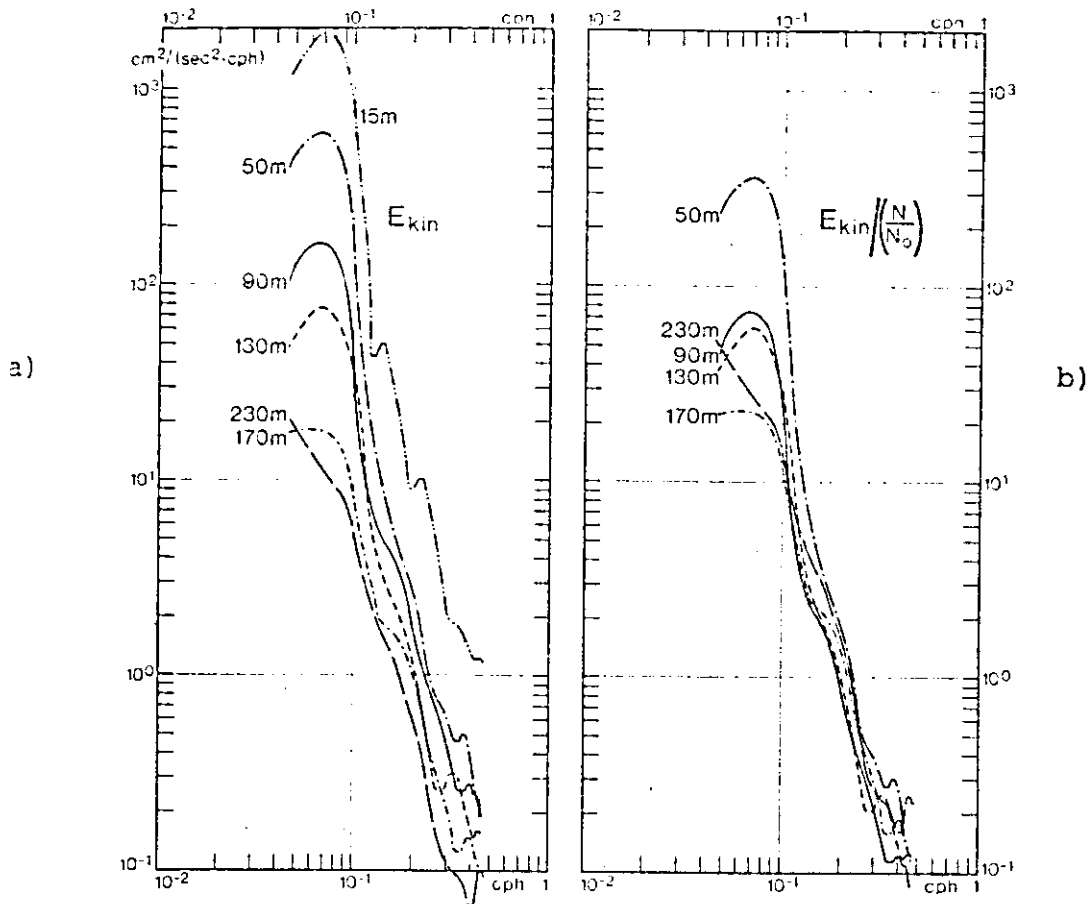


Abb.8.1.9: Spektren der horizontalen kinetrischen Energie.

- a) Bei Stat. S 3 in verschiedenen Tiefen.
- b) Die gleichen Spektren (außer für 15 m), jedoch mit $N(z)$ reduziert.
- c) Bei verschiedenen Stationen in 50 m Tiefe.

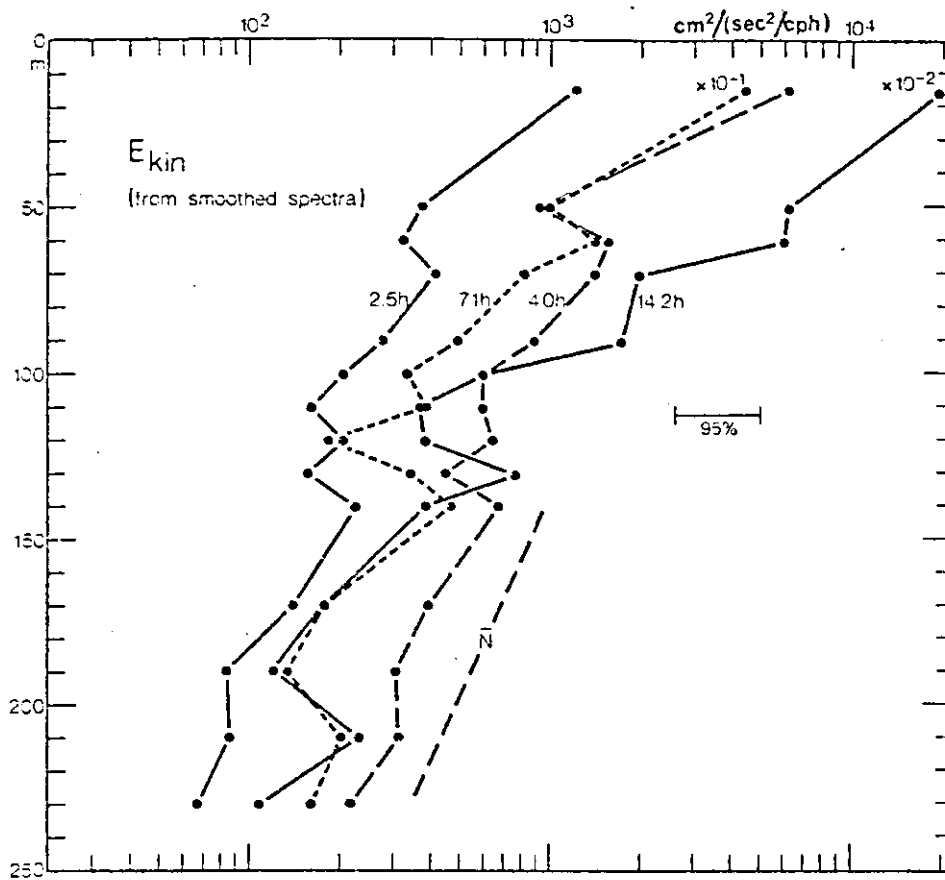


Abb.8.1.10: Vertikalprofil
der horizontalen kine-
tischen Energiedichte
für vier Frequenzen bei
Stat. S 3 (geglättete
Spektren)

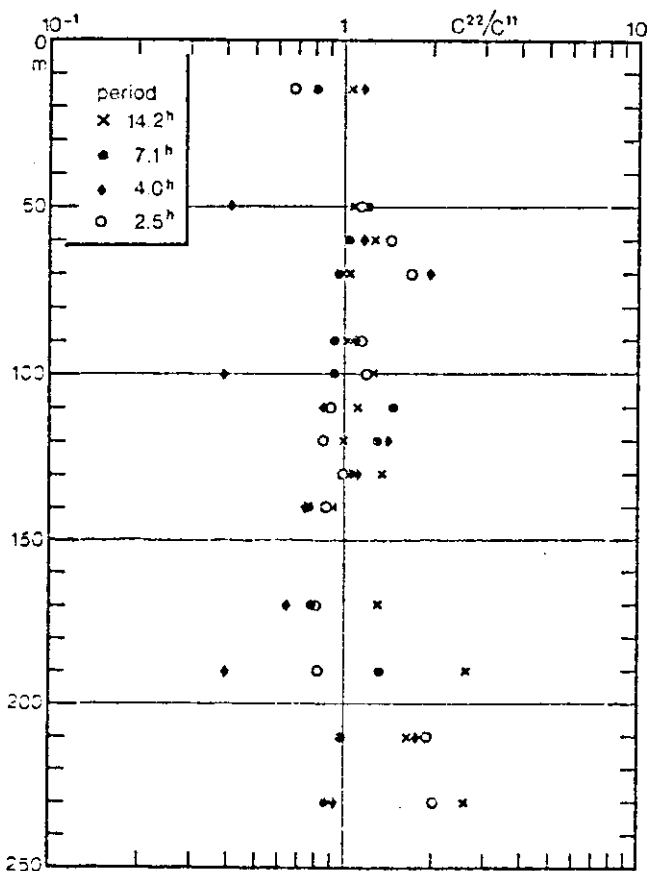


Abb. 8.1.11: Verhältnis der
Autospektren der Strom-
komponenten (Nord/Ost)
für die Frequenzen der
Abb.8.1.10.

auch ein Energieminimum der Interne-Wellen-Frequenzen.

Der Isotropiekoeffizient C^{22}/C^{11} für die vier Frequenzen, gleichfalls bei S 3, ist aus Abb.8.1.11 ersichtlich. Wie bei den Varianzen in 8.1.8 ist zwar unterhalb 200 m ein Überwiegen der Nordkomponente festzustellen, es fehlt aber die systematische Nordorientierung unterhalb 100 m. Dieser Effekt in Abb.8.1.8 dürfte also auf die niederfrequenten Komponenten zurückzuführen sein, für die der Einfluß der Bodentopographie am größten ist. Unterhalb 170 m weisen im übrigen auch die Trägheitsbewegungen Anisotropie auf.

8.1.4. Kohärenzverhalten und Vergleich mit Modellkohärenzen

a) Vertikalkohärenzen

Die vertikalen Kohärenzen $K^{2^{11}}(z, z')$, $K^{2^{22}}(z, z')$ fallen im Interne -Wellen-Band schon bei 10 m Vertikalseparation auf insignifikante Werte ab. In Abb.7.2.3 ist die Kohärenz für die 7.1 h-Periode über der Vertikalseparation aufgetragen. Für die beiden kleineren Perioden 4.0 h, 2.5 h sieht das Diagramm ähnlich aus, d.h. weitaus geringere Vertikalkohärenzen im Interne -Wellen-Band als bei den Trägheitsbewegungen.

Mit dem Modell (4.2.3) können die Vertikalkohärenzen überlagerter Modes berechnet werden. Diese Simulationsrechnungen sind für verschiedene Modezahlen in einer vereinfachten Fassung des Querspektrenanpassungsprogrammes durchgeführt worden. Profile für die Stromgeschwindigkeit der Modes 1-5 sind in Abb. 8.1.16 dargestellt. Es ergab sich bei den Simulationen mit 5 Modes gleicher Energie und Isotropie genau wie bei den Messungen in Abb.7.2.3, daß ein Zwischenminimum der Kohärenz bei Separationen zwischen 30 m und 70 m auftrat und ein

Maximum bei Separationen über 150 m. Dieses Maximum trat in der Kohärenzmatrix (vgl. Abb. 7.2.4) gleichfalls zwischen den Tiefen von weniger als 70 m und mehr als 180 m auf.

Die Eigenfunktionen ändern sich bei niedrigen Frequenzen wenig mit der Frequenz; damit sind wegen 4.2.3 die Vertikalkohärenzen für Isotropie frequenzunabhängig.

Die Simulationen zeigen also für die spezielle Schichtung im Gotlandbecken, daß auch bei einer - nicht zu großen - Zahl von Modes gleicher Energie noch ein Sekundärmaximum der Vertikalkohärenz auftritt; die Kohärenzmatrix in Abb. 7.2.4 braucht damit noch kein Indikator für einen stark dominanten Mode zu sein. Für eine Modezahl > 5 war dieses Kohärenzmaximum nicht mehr vorhanden.

Für die Kohärenzen $K^{212}(z, z')$ zwischen u- und v-Komponente der gleichen Tiefe muß für ein isotropes Wellenfeld gem. (4.2.5) die Beziehung $K^{212}(z, z') = [2\omega f / (\omega^2 + f^2)]^2$ gelten. Für die Tiefen 50 m, 90 m, 130 m sind in Abb. 8.1.12 die gemessenen $K^{212}(z, z')$ (gestrichelt) und die theoretische Kurve (ausgezogen) eingezeichnet. In allen vier Tiefen pendelt die gemessene Kurve um die theoretische herum. Unterhalb der Trägfrequenz folgt dann ein scharfer Abfall der gemessenen K^{212} . Die Übereinstimmung beider Kurven ist im Prinzip gut, woraus man bereits jetzt vorsichtig schließen darf, daß einiges dafür spricht, die Stromschwankungen im Gotlandbecken seien durch isotrope interne Wellen bestimmt.

Die isotrope Kohärenz ist ja die Minimum-Kohärenz für interne Wellen. Das Absinken der Kohärenz in Abb. 8.1.12 unter den isotropen Wert bedeutet also den Einfluß andersartiger Stromanteile bzw. sonstigem Rauschen in den Meßreihen. Die Kohärenzen zwischen den Stromkomponenten und den Temperaturschwankungen müssen für isotrope interne Wellen auf gleicher

Position verschwinden (vgl. 4.2.8). In Abb. 8.1.12 sind für die vier eben behandelten Tiefen die Kohärenzen $K^{213}(z,z)$ und $K^{223}(z,z)$ (untere beiden Kurven) gleichfalls eingezeichnet. In den beiden oberen Tiefen ist diese Bedingung sehr gut erfüllt, in 90 m und 130 m gibt es bei höheren Frequenzen noch Werte, die fast signifikant sind.

b) Horizontalkohärenzen

Gleiche Darstellungen der Kohärenzen der Stromkomponenten wie für die Trägheitsperiode in Abb. 7.2.6 sind angefertigt worden, aber hier nicht dargestellt, da über die vorhandenen Horizontalseparationen für 7.1 h, 4.0 h und 2.5 h fast alle Werte insignifikant sind, selbst bei der Mindestentfernung von 3.5 km schon. Das Kohärenzspektrum der Mindestentfernung 3.5 km fällt von der Trägheitsperiode aus bereits sehr schnell ab. Die Skalen unserer Meßordnung waren also zu groß, um signifikante Horizontalkohärenzen im Internen-Wellen-Band messen zu können. Das zeigt auch das Ergebnis der Modellrechnung in Abb. 8.1.13. Bereits für nur 5 Modes fällt die isotrope Kohärenz $K^{211,22}$ für die 7.1 h-Periode bei 3 km Separation auf 0.25 ab. Bei 14 Modes gleicher Amplitude ist schon bei weniger als 1 km Horizontalseparation die Kohärenz unter den Signifikanzwert unserer Messung gefallen. Die Kohärenz $K^2(z,z,r)$ zwischen u- und v-Komponente fällt von ihrem Wert für $r = 0$ (gem. Abb. 8.1.12) der für 7.1 h im Gotlandbecken $K^{212} = 0.64$ beträgt, ebenso schnell ab. Bei 5 Modes und 3 km Separation ist der Wert nur noch 0.12.

Die gemessenen Kohärenzen $K^{212}(z,z,r)$ sind für die 7.1 h-Periode und die Niveaus 15 m, 50 m, 180 m in Abb. 8.1.14 dargestellt. Am linken Rand, d.h. für $r = 0$ müßten die Werte um $K^{212} = 0.64$ liegen. Dieser Wert ist eingezeichnet (Rhombus), ebenso der Mittelwert der gemessenen Kohärenzen (Dreieck).

In 50 m ist die beste Übereinstimmung gegeben, in 180 m liegen die gemessenen Werte weit unter dem erwarteten. In 15 m deutet sich bei 3.5 km Horizontalentfernung noch signifikante Kohärenz an. Ein Vergleich der horizontal gemittelten $K^{2^{12}}(z,z)$ aus den drei Niveaus 15 m, 50 m, 180 m ist in Tab. 8.1.1 gegeben. Die gemessenen Werte sind allgemein niedriger als die theoretischen, aber in den oberen beiden Niveaus ist die Übereinstimmung doch sehr brauchbar, eine weitere Absicherung der Interpretation der Daten durch isotrope interne Wellen.

Die horizontal berechneten Kohärenzen von links- bzw. rechtsdrehender Energie waren im übrigen im Mittel gleich, was nach (2.2.9) und (4.2) ein Indiz für isotrope-interne Wellen ist.

Von insignifikanten räumlichen Kohärenzen allein könnte man auch auf turbulente Bewegungen schließen, die ja sehr viel kleinere räumliche Skalen als interne Wellen gleicher Zeitskala haben, aber die vorstehend durchgeführten Analysen deuteten doch auf isotrope Wellen.

Die Horizontalkohärenzen $K^{2^{13,23}}(z_i, z_i, r)$ zwischen Strömung und Temperaturschwankung müssen für ein isotropes Wellenfeld vom Nullwert bei $r = 0$ zu einem Maximalwert bei r_{\max} ansteigen und dann wieder gegen null abfallen (vgl. 4.2.12). Dies ist in Abb. 8.1.15 ersichtlich. Die Lage r_{\max} des Maximalwertes hängt von den Energien der Modes ab (bei nur einem Mode z.B. ist $r_{\max} \approx 2/kj$). Dargestellt sind die Modellkohärenzen für 5 bzw. 14 Modes einer Frequenz nahe der Trägheitsfrequenz (vgl. Abb. 7.2.6 für die entspr. Stromkohärenzen) sowie 5 Modes bei 7.1 h.

Dieser theoretische Maximalwert ist bei 7.1 h wiederum unter dem Signifikanzniveau unserer Messungen und zudem bei

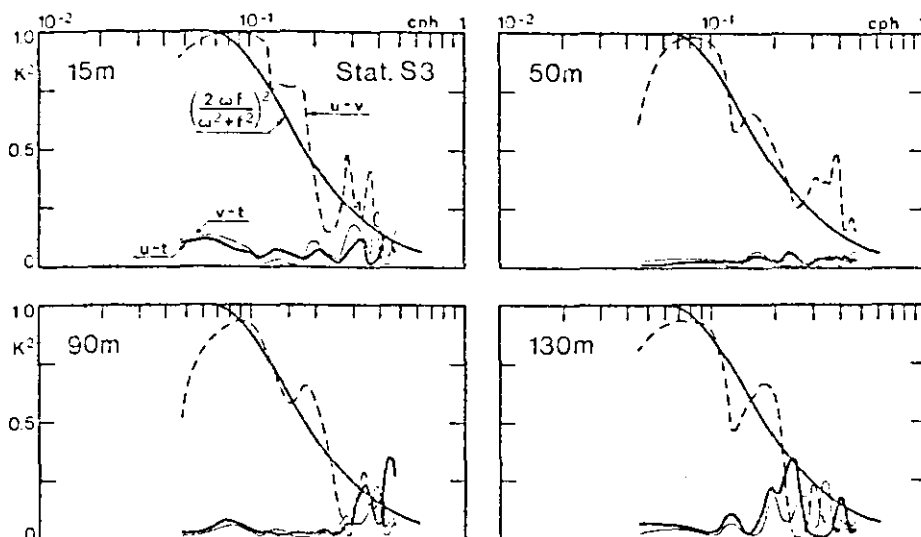


Abb.8.1.12: Kohärenzen der Stromkomponenten u, v untereinander (gestrichelt) und mit den Temperaturschwankungen t in versch. Tiefen bei Stat. S 3 (dünn bzw. dick ausgezogen). Zum Vergleich die theoretische u, v -Kohärenz für isotrope interne Wellen (Mittelstrich). 95%-Konfidenzgrenze: $K^2 = 0.33$.

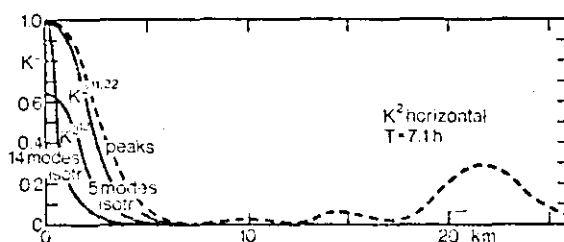


Abb.8.1.13: Theoretische Horizontalkohärenzen für $T = 7.1$ h der Stromkomponenten u, v selbst, für Peak-Ausbreitung bzw. Isotropie bei 5 modes sowie für Isotropie bei 14 modes. Weiterhin K^{12} für 5 modes und Isotropie.

COHERENCE K^2 FOR $T=7.1h$

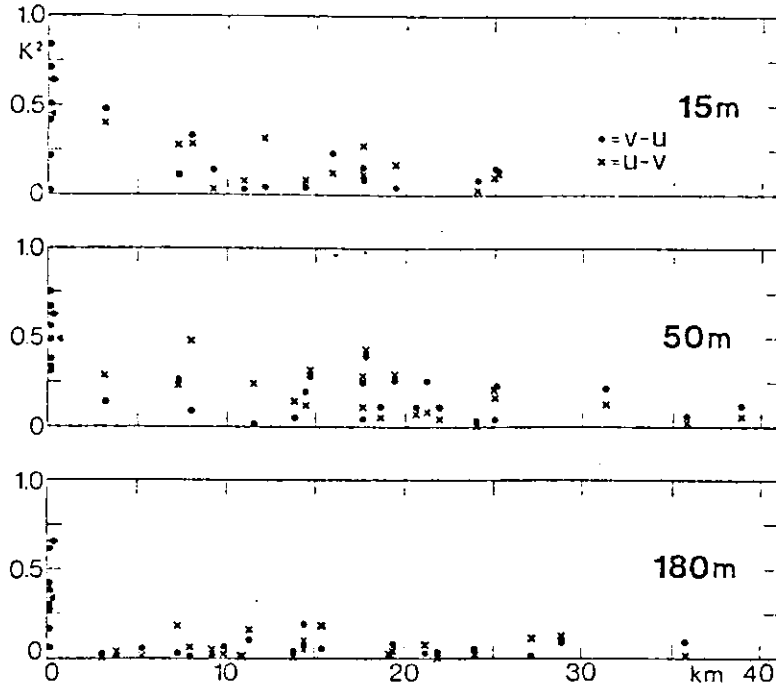


Abb.8.1.14: Horizontalkohärenzen $K^{2^{12}}$ bei der 7.1 h-Periode in verschiedenen Tiefen. Am linken Rand: Mittelwert (•) sowie theoretischer Wert für Isotropie (x), (vgl.Abb.8.1.12).

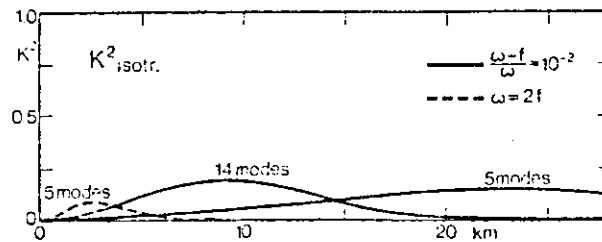


Abb.8.1.15: Theoretische Horizontalkohärenzen $K^{2^{13}}$ für Wellen nahe der Trägheitsperiode ($\omega=1.01 f$) mit 5 bzw. 14 modes sowie für die Periode 7.1h ($\omega=2f$) mit 5 modes. Isotropie ist angenommen.

$r_{\max} > r_{\min}$ unserer Positionsabstände. Das Auftragen der gemessenen Kohärenzen $k_2^{13,23}$ ergab dann auch kein Anzeichen für ein solches Zwischenmaximum bei den verschiedenen Frequenzen. Sie sollen deshalb hier nicht dargestellt werden.

8.1.5. Richtungsspektren

Die Schätzmethoden für Richtungsspektren in Kap.2 gehen davon aus, daß ein kohärenter Prozeß in den Daten vorhanden ist. Wenn die Kohärenzen alle insignifikant sind, ist von diesen Berechnungen nichts zu erwarten. Das ist auch das Ergebnis der durchgeführten Rechnungen gewesen: kein eindeutiges Bild gerichteter Energieausbreitung.

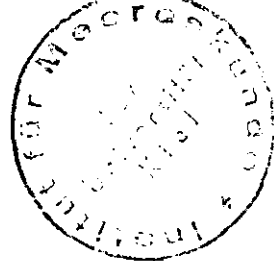
Das ist zwar einerseits ein weiterer Hinweis für die Isotropie des Wellenfeldes, könnte aber andererseits auch herausgekommen sein, wenn sich zahlreiche Modes mit Peak-Ausbreitung überlagern und insignifikante Kohärenzen herauskommen.

8.1.6. Querspektrenanpassung

Die vertikale Anpassung wurde wiederum für die drei Frequenzen durchgeführt, die horizontale nur für die Periode 7.1 h, da bei den kürzeren Perioden noch größerer Einfluß von Rauschen bzw. Turbulenzanteilen auf die Ergebnisse zu erwarten war wegen der ^{1.2.} k_{λ} wesentlich unter dem 95%-Niveau liegenden Horizontalkohärenzen. Eine Kombination der horizontalen und vertikalen Daten konnte wegen Kernspeicherplatzproblemen und Rechenzeitbedarfes nicht in Angriff genommen werden.

a) Vertikale Anpassung

In Tab.8.1.2 sind die vertikal gemittelten Konsistenz-Tests



für die Stromquerspektren bei Stat. S 3 dargestellt. Während die T1, T2 für allgemeine Interne-Wellen-Eigenschaften mit zunehmender Frequenz schlechter werden, werden die T3, T4 mit zunehmender Frequenz geringfügig besser. Dieser Trend läßt sich bis zur Trägheitsfrequenz zurückverfolgen.

Eine Interpretationsmöglichkeit wäre, daß bei höheren Frequenzen Turbulenzüberlagerung die Tests schlechter macht, während die Modellkonsistenz, d.h. vorwiegend horizontaler Energiefluß, besser wird.

Die Anpassung wurde mit verschiedenen Ansätzen versucht. Zunächst wurden versuchshalber für Modes 0-5 die Energien E_j , Ausbreitungsrichtungen ϕ_j und Richtungsbreiten p_j variiert. Dabei wurden die p_j allgemein als isotrop, d.h. klein gefunden, was gute Übereinstimmung mit den vorstehend beschriebenen Tatsachen bedeutet.

Dann wurden Anpassungen für isotrope Modes durchgeführt, d.h. $p_j = 0$ und nur noch Variation der E_j . Dann ist bei der Anpassung nur noch das lineare Problem zu lösen, und die Rechenzeit ist relativ gering.

Die Anpassung mit großer Modezahl- es wurden maximal 15 benutzt - und Isotropie bedeutet, daß die Energien der Modes mehr und mehr voneinander abhängig werden, man also mit einer bestimmten Gerätezahl nur Linearkombinationen bestimmen kann.

Das Ergebnis der Anpassungen mit zunehmender Modezahl war, daß der Quotient (Gütefaktor) F_{\min}/F_0 bei größerer Modezahl geringfügig besser wurde, die Energieverteilung auf den niedrigen Modes aber in etwa so blieb, wie bei Anpassung mit nur diesen niedrigen allein. Das ist aus dem Vergleich von Tab. 8.1.4, 8.1.5 ersichtlich. In der ersten Spalte ist jeweils die Anpassung mit normaler Wichtung, d.h. dem Kehrwert des Autospektrenproduktes (vgl. 3.3.23) aufgeführt, in der zweiten

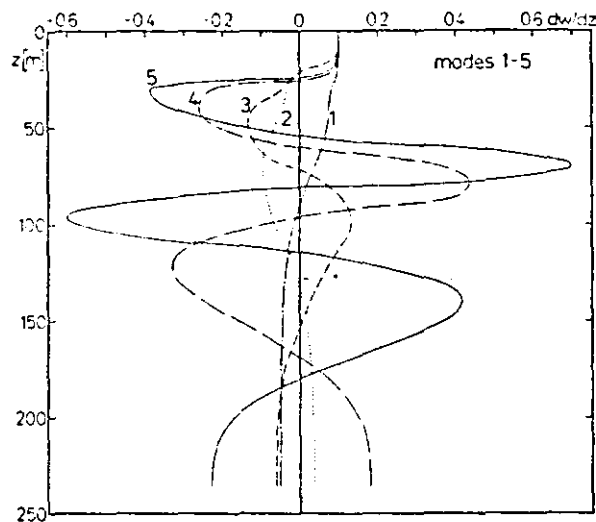


Abb. 8.1.16: Eigenfunktionen 1-5 im Gotlandbecken (zugehöriges N^2 -Profil s. Abb. 8.1.4).

Tab. 8.1.1: Mittelwerte von gemessenen $K^{212}(z, z, 0)$ in verschiedenen Ebenen und entsprechender Wert gem. (4.2.5) für ein isotropes Wellenfeld

Periode	14.2h	7.1h	4.0h	2.5h
K^{212}_{isotr}	1.0	0.64	0.27	0.11
$K^{212}_{\text{gem.}}$				
15 m	0.97	0.45	0.24	0.08
50 m	0.96	0.49	0.19	0.15
180 m	0.53	0.32	0.15	0.13

95 % - Konfidenz für $K^{212}_{\text{gem.}}$: 0.33

mit zusätzlicher Multiplikation mit den gemessenen Kohärenzen, um den Einfluß der insignifikanten Querspektren zu reduzieren. Die Ergebnisse ändern sich dadurch nicht prinzipiell, der Gütekoeffizient wird aber wesentlich besser.

Die Güte der Anpassung zeigt keinen Trend mit der Frequenz wie etwa die Konsistenz-Tests. Sie wird allerdings besser, wenn weniger Instrumente benutzt werden.

b) Horizontale Anpassung

Der schnelle Abfall der Kohärenz mit der Entfernung für wenige Modes war an Abb. 8.1.14 demonstriert worden. Die Querspektrenanpassung für die Stromkomponenten wurden für die 7.1 h-Periode und die Ebenen 15 m, 50 m, 180 m durchgeführt. Die gemittelten Konsistenz-Tests T_1 , T_2 für die drei Ebenen in Tab. 8.1.3 sind am besten in 50 m Tiefe, am schlechtesten in 180 m Tiefe. Die Gütekoeffizienten F_{\min}/F_0 der Anpassungen waren besser als die der vertikalen Anpassung und zwar zunehmend von oben nach unten: 0.59 in 15 m Tiefe, 0.48 in 50 m und 0.36 in 180 m Tiefe (d.h. bessere Anpassung bei schlechteren Tests). Dabei wurden nur 6 Modes angesetzt. Die P_j stellten sich i.a. auf kleine Werte ein, d.h. Isotropie. Dazu führen hauptsächlich die $A^{12,21}_{(z,z,o)}$ (vergl. 4.2.3). Daß die Energien anders herauskamen als bei der vertikalen Anpassung, ist nicht verwunderlich. Wenn keine signifikante Horizontalkohärenz vorhanden ist, bedeutet das für die Anpassung: es müssen nur genügend Wellen - egal welcher Amplitudenrelationen - überlagert werden, um den Kohärenzabfall zu gewährleisten.

8.2 Anpassung ozeanischer Daten

Im offenen Ozean sind die intensivsten Untersuchungen über die Interpretierbarkeit von Stromschwankungen durch interne Wellen bei Site D gemacht worden (FOFONOFF, 1969; WEBSTER, 1969; FOFONOFF und WEBSTER, 1971). Diese Untersuchungen bezogen sich auf Einzelverankerungen. SIEDLER (im Druck)

Tab. 8.1.2: Vertikal gemittelte Konsistenz-Tests für verschiedene Frequenzen bei Stat. S3

Periode	Tiefen komb. x)	T 1	T 2	%	T 3	T 4
14.2 h	1- 4	1.6	2.5		90.0	97.9
	5-14	7.7	5.3		86.8	85.1
7.1 h	1- 4	20.0	19.8		149.9	112.5
	5-14	44.1	35.4		115.9	107.8
4.0 h	1- 4	39.2	39.3		118.4	107.0
	5-14	59.1	41.0		86.3	117.4
2.5 h	1- 4	55.0	58.3		107.7	104.7
	5-14	62.7	54.5		136.5	106.0

x) Obere Zeile: Geräte 15.4 m, 50.3m, 60.3m, 70.3m mit allen übrigen

Untere Zeile: Alle Kombinationen für $z \neq 90.3m$

Tabelle 8.1.3: Konsistenz-Tests für horizontale Querspektren im Gotlandbecken

Ebene	Geräte- zahl	T ₁	%	T ₂
15 m	6	18.3		11.0
50 m	7	13.2		8.2
180 m	7	24.6		15.8

Tab. 8.1.4: Energien der Modes 0-5 verschiedener Frequenzen bei Stat. S3 gem. Querspektrananpassung (in relativen Einheiten)

Mode Nr.	14.2h		7.1h		4.0h		2.5h
	($\cdot 10^{-2}$)						
0	24	22	34	0	5.5	3.9	.92
1	36	0	111	254	2.7	1.8	.19
2	15	122	77	61	8.4	7.6	.66
3	43	32	43	57	3.1	3.2	.67
4	11	0	90	87	5.2	5.9	.47
5	20	171	68	121	3.7	2.2	.63
F_{\min}/F_0	.89	.73	.76	.24	.71	.21	.73

Tab. 8.1.5: Energien der Modes 0-5 bei Anpassung von 15 modes (in relativen Einheiten)

Mode	14.2h		7.1h		4.0h		2.5h
	($\cdot 10^{-2}$)						
0	13.6	20	24	4.4	3.5	.34	.21
1	21	127	138	2.2	1.2	.76	.23
2	8.6	52	61	7.0	9.2	.30	.14
3	25	46	47	2.5	3.4	.65	.23
4	6	69	52	3.9	4.8	.33	.15
5	12	47	78	2.2	1.6	.46	.18
F_{\min}/F_0	.89	.64	.24	.57	.20	.65	.19

Für jede Frequenz: 1. Spalte: Normale Wichtung

2. Spalte: Wichtung m. gem. Koh.

hat dann Querspektren zweier engbenachbarter Verankerungen (900 m Horizontalabstand) auf Interne-Wellen-Eigenschaften untersucht. Phasen und Kohärenzen ließen sich durch interne Wellen unter dem Einfluß von Feinstruktur interpretieren. Die Ellipsenstabilität war im gesamten untersuchten Frequenzband insignifikant (vergl. 4.2.6) und sprach damit für Isotropie des Wellenfeldes.

Die im Rahmen der vorliegenden Untersuchung verfügbaren ozeanischen Stationen (vergl. Abb. 1) waren mit einer Ausnahme für die Querspektrenanpassung höherfrequenter Wellen nicht geeignet. Die Daten von Site D entstammen zwei verschiedenen Verankerungen mit 3 km Horizontalabstand, was bei Gezeitenanpassung nicht stört, wohl aber bei höheren Frequenzen. Bei den Messungen aus der Norwegischen See war der Störanteil durch Schwankungen der Meßketten und Fluktuationen des Norwegischen Stromes zu hoch und bei der Meteorbank waren nur vier Strommesser im Einsatz. Bleiben die Daten von CINECA und der Biscaya. Erstere werden im Folgenden benutzt.

Aus den unter 6.4.2 behandelten Zeitreihen wurden die geglätteten Spektren (57 Freiheitsgrade wie bei den "GOTLAND'70"-Daten) berechnet. Die größte Väisälä-Periode von 55 min (vergl. Abb. 6.4.2) tritt - abgesehen von der Deckschicht - in Bodennähe auf. Die Anpassung der Querspektren wurde für die vier Perioden 8.5h, 5.1h, 3.2h, 2.2h durchgeführt.

Die Konsistenz-Tests für die vier Perioden zeigt Tab. 8.2.1. Hier tritt kein so krasses Gefälle zwischen T_3 , T_4 und T_1, T_2 wie bei den GOTLAND-Daten (Tab. 8.1.2) auf aber auch keine systematische Verbesserung mit Frequenzerhöhung wie bei jenen.

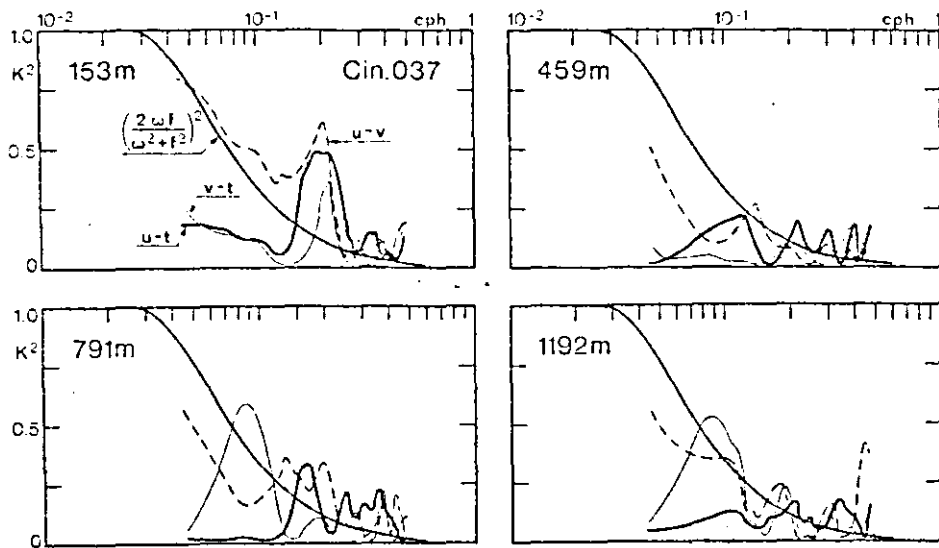


Abb. 8.2.1: Kohärenzen der Stromkomponenten untereinander und mit der Temperatur. 95 %-Konfidenzgrenze: $K^2=0.33$. Weitere Erläuterungen s. Abb. 8.1.12.

Abb. 8.2.1 zeigt die Kohärenzen der Stromkomponenten u, v sowie zwischen diesen und den Temperaturschwankungen in vier Tiefen. In 153 m ist signifikante $u-t$ -, $v-t$ -Kohärenz nur bei der vierteltägigen Gezeitenfrequenz vorhanden, in den unteren beiden Tiefen ist die $v-t$ -Kohärenz signifikant bei der halbtägigen Gezeitenfrequenz. Die Ellipsenstabilität (hier nicht dargestellt) ist insignifikant, außer in der untersten Tiefe bei der halbtägigen Gezeitenfrequenz. Es besteht also kein Widerspruch gegen ein isotropes internes Wellenfeld.

Die Anpassung der Querspektren ist im Vergleich mit den Ergebnissen für die Gezeitenfrequenz der gleichen Daten erstaunlich (Tab. 8.2.2). Während für die Gezeitenfrequenz das Anpassungsminimum das schlechteste von allen untersuchten ozeanischen Datensätzen war, ist hier die Anpassung sehr gut. Es ist $F_{\min}/F_o = 0.36$ für 8.5h, 0.30 für 5.1 h und 0.37 für 3.2h. Wird mit den gemessenen Kohärenzen zusätzlich gewichtet, dann ist die Anpassung extrem gut: $F_{\min}/F_o = 0.08$. Der Unterschied zu den Gezeitenergebnissen liegt vor allem

darin, daß hier die barotrope Komponente klein ist und zu höheren Modenzahlen - untersucht wurden die Ordnungen 0-4 - die barokline Energie nicht abfällt. Die 2.2h-Periode ergab im Gegensatz zu Tab. 8.2.2 wieder sehr schlechte Anpassung. Sie ist deswegen nicht dargestellt. Der Grund dürfte sein, daß diese Frequenz zu nahe bei der Väisälä-Frequenz liegt.

8.3 Diskussion

Die räumlichen Skalen der im Projekt "GOTLAND'70" mit zahlreichen Meßstationen registrierten Strom- und Temperaturschwankungen konnten durch verschiedene spektrale Tests befriedigend mit einem Modell isotroper interner Wellen erklärt werden.

Eines der interessanten Ergebnisse war, daß auch bei Überlagerung mehrerer Eigenfunktionen gleicher Energie aufgrund der speziellen Schichtung des Gebietes über eine bestimmte Vertikaldistanz noch signifikante Kohärenz auftreten kann.

Die Anpassung des SW73-Modelles an die gemessenen Daten ergab Verbesserung der Anpassung mit zunehmender Frequenz und Verteilung der Energie auf viele Ordnungen. Die Energieverteilung auf die höheren Modes konnte nicht sicher bestimmt werden, da die horizontalen und vertikalen Skalen des Experimentes dafür zu groß waren.

Am größten waren die Anpassungsfehler für die Querspektren der Trägheitsbewegungen, selbst dann, wenn die Querspektren aus der Oberschicht weggelassen wurden. (In der Oberschicht könnte der windbedingte Ekman-Strom, der die Modell-Gleichungen nicht erfüllt, zu systematischen Verfälschungen führen).

Bei einer ozeanischen Station (CINECA 037) paßte das Modell die vertikalen Querspektren für verschiedene Frequenzen hervorragend an. Lediglich bei einer Frequenz nahe der Väisälä-

Frequenz traten große Anpassungsfehler auf. Bei gleicher Station wiederum war die Gezeitenanpassung schlecht, was durch Phasenkopplung barokliner Gezeiten erklärt werden könnte.

Tab. 8.2.1: Konsistenz-Tests für Querspektren von vier Frequenzen bei CINECA 037

Periode	T_1	T_2	T_3	T_4
8.5 h	68.3	43.0	127.3	97.4
5.1 h	69.3	70.8	83.4	67.0
3.2 h	95.6	73.4	110.7	71.6
2.2 h	54.7	54.4	72.4	91.8

Tab. 8.2.2: Energien (in relativen Einheiten) der Querspektrenanpassung bei CINECA 037

Periode	8.5 h	5.1 h	3.2 h			
Mode Nr.						
0	0.61	2.54	0.07	0.04	0.01	0.11
1	3.12	3.41	0.45	1.11	0.10	0.01
2	3.90	3.61	1.49	1.03	0.15	0.03
3	7.60	3.23	1.46	0.95	0.18	0.0
4	8.86	4.84	1.68	1.79	0.27	0.19
F_{\min}/F_0	0.36	0.08	0.30	0.08	0.37	0.16

Bei jeder Frequenz: 1. Spalte: Wichtung normal
2. Spalte: Wichtung mit gem.Koh.

9. Schluß und Ausblick

Ein Ziel der Arbeiten im Rahmen der vorliegenden Untersuchung war es, die unzulänglichen Kenntnisse über Entstehung und Ausbreitung barokliner Gezeiten zu verbessern und eventuell zu einer Abschätzung des Energieflusses als Vorbereitung einer Gezeitenenergie-Bilanzrechnung zu kommen. Es konnte zwar die Anregung interner Gezeiten an einer Schelfrandzone kritischer Bodenneigung gezeigt und einiger Aufschluß über die Zusammensetzung der baroklinen Komponenten am Kontinentalabhang und in der Tiefsee gewonnen werden, der Energiefluß konnte aber nicht berechnet werden.

Für zwei Regionen des Nordatlantiks könnte sich diese Situation bald bessern. In Zusammenarbeit mit dem DHI-Hamburg wurden mit F.S. "Meteor" im Februar 1974 vier Verankerungen im Iberischen Becken (westlich Portugals, siehe Position 9 in Abb.1) angelegt an einer Stelle mit fast völlig ebenem Tiefseeboden. Die nächsten topographischen Störungen sind weit entfernt. Die Horizontalabstände waren so bemessen, daß im Wellenzahlenbereich interner Gezeiten die Auflösung gut ist. Diese Meßanordnung hat auch zum ersten Mal eine befriedigende Vertikalauflösung; eine Verankerung ist mit 12 Geräten ausgerüstet und diese sind für die vertikalen Wellenzahlen optimal angeordnet. Hier sollten die Methoden mit vertikaler Separation, die bereits in topographisch ungünstigeren Zonen -wie z.B. Site D- gute Ergebnisse lieferten, am besten anwendbar sein.

Ein weiterer Satz von Daten wurde 1973 im Großexperiment MODE (Mid-Oceanic Dynamic Experiment) von Instituten der USA gewonnen. Dort, in der Sargasso-See südlich der Bermudas (s. Position 8 in Abb.1), ist zwar der Tiefseeboden nicht so eben wie bei Position 9, aber die Entfernung zu Schelf und Inseln ist hinreichend groß. Auch mit diesem Meßprojekt soll ein Versuch unternommen werden, den Energiefluß der baroklinen Gezeiten

zu bestimmen. Eine Einladung dazu liegt vor. Das Modell SW 73 war unter der Prämisse entwickelt worden, daß die Energie der untersuchten Frequenz in wenigen Wellenzahlen konzentriert ist. Für die Gezeiten hat sich das als zutreffend herausgestellt.

Was die "allgemeinen" internen Wellen angeht, so muß die in Kap. 5.3 vorgeschlagene Kombination des hier eingesetzten Anpassungsmodells mit diskreten Wellenzahlen sowie des GN 72-Modells mit kontinuierlicher Verteilung der Energie im Wellenzahlenbereich sowie vertikaler Energieflußkomponente in Angriff genommen werden. Für höhere Frequenzen muß zusätzlich der Einfluß der Feinstruktur berücksichtigt werden, wie GARRETT und MUNK (1971) und SIEDLER (1974) gezeigt haben. Die Anwendung auf eine Tiefseestation zeigte aber, daß auch interne Wellen mit Frequenzen nicht zu dicht bei N sich noch gut mit dem entwickelten Modell diskreter Wellen erklären ließen.

Das weitere Ziel der Arbeiten auf diesem Sektor muß sein, von der Beschreibung des Status - wie sie die vorliegende Untersuchung bietet - wegzukommen, hin zu einer Energiebilanzmessung. Diesen Weg hat die Seegangsforschung in den letzten Jahren bereits zurückgelegt, nachdem dort die Wissenschaft lange bei der Beschreibung des Zustandes stagniert hatte.

Ansätze zur Energiebilanzmessung werden im GATE-Projekt sowie in den Messungen des Projektes BALTIC '75 erwartet. Dazu muß aber die Ankoppelung des Interne -Wellen-Modelles an die Windstressschwankungen (gem. Kap. 7.3) bzw. den Seegang gelöst werden und die Meßtechnik in der oberflächennächsten Schicht - hauptsächlich Stromfluktuationmessungen - wesentlich verbessert werden.

Ist das geschehen, dann ist man auf dem Weg der Parametrisierung subskaliger Prozesse für die numerischen Modelle ein großes Stück weitergekommen.

Dank

Meinem verstorbenen Lehrer Günter Dietrich bin ich für sein Interesse, seine Anregungen sowie die Planung und Inangriffnahme von Expeditionen, deren Ergebnisse zum Teil die Grundlage der vorliegenden Untersuchung bildeten, sehr zu Dank verpflichtet.

Meinen Kollegen am Institut für Meereskunde sowie K. Hasselmann, P. Müller und D. Olbers (Univ. Hamburg) danke ich für zahlreiche Diskussionen über die Möglichkeiten der Dateninterpretation durch Modelle.

Mein besonderer Dank gilt J. Willebrand für seine Hilfe bei theoretischen Problemen sowie der Durchführung eines großen Teils der sehr umfangreichen Programmierarbeiten. Für die sorgfältige und schnelle Durchführung der Zeichen- und Fotoarbeiten bedanke ich mich bei A. Eisele und E. Mempel.

H. Szwierinski und den anderen an der Auswertung beteiligten Studenten sei gleichfalls herzlich gedankt.

Zum Schluß sei die finanzielle Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft durch Bewilligung von Personal- und Sachmitteln sowohl für die Durchführung von Expeditionen als auch die Datenauswertung - hier besonders im Schwerpunkt "Auswertung von Meteorfahrten" - hervorgehoben. Ohne diese zusätzlichen Mittel wäre ein Großteil der Untersuchungen nicht durchführbar gewesen.

10. Literaturverzeichnis

- BAINES, P.G. (1973) The generation of internal tides by flat-bump topography. Deep-Sea Res., 20, 179 - 206.
- BROCKMANN, C. (1973) Zur Berechnung von Strömungen nach der dynamischen Methode im Testfeld "Norwegische See 1969". Dipl.Arb. Universität Kiel, 40 S.
- BROSCHÉ, P. und J. SÜNDERMANN (1971) Die Gezeiten des Meeres und die Rotation der Erde. Pure and Applied Physics, 86, 95 - 117.
- CAPON, J. (1969) High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. Proc. IEEE, 57, 1408 - 1418.
- CAPON, J. und N.R. GOODMAN (1970) Probability distributions for estimators of the frequency-wavenumber spectrum. Proc. IEEE, 58, 1785 - 1786.
- CAPON, J. und R.J. GREENFIELD und R.J. KOLKER (1967) Multidimensional maximum-likelihood processing of a large aperture seismic array. Proc. IEEE, 55, 192 - 211.
- DEFANT, A. (1932) Die Gezeiten und internen Gezeitenwellen des Atlantischen Ozeans. Wiss. Ergebn. Dtsch.Atlant.Exped. "Meteor" 1925 - 1927, 7, (1).
- DEFANT, A. (1952) Über interne Wellen, besonders solche mit Gezeitencharakter. Dtsch. Hydrogr.Z., 5, 231 - 245.
- DIETRICH, G. und W. HORN (1973) Norwegian Sea Expedition 1969. Report of the co-ordinator. "Meteor"-Forsch.-Erg. A, 12, 1 - 10.
- POFONOFF, N.P. (1969) Spectral characteristics of internal waves in the ocean. Deep-sea Res., Suppl. 16, 58 - 71.

POFONOFF, N.P. (1973) Spectral characteristics of a simple Ekman wind-drift model. Unveröff. Manuskript. W.H.O.I., 12 S.

POFONOFF, N.P. und F. WEBSTER (1971) Current measurements in the western Atlantic. Phil.Trans.R.Soc.A., 270, 423 - 436.

GARRETT, C.J. und W.H. MUNK (1971) Internal waves in the presence of fine-structure. J.Phys.Oceanogr., 1, 196 - 202.

GARRETT, C.J. und W.H. MUNK (1972) Space-time scales of internal waves. Geophys.Fluid Dyn., 2, 225 - 264.

GONELLA, J. (1972) A rotary-component method for analysing meteorological and oceanographic vector time series. Deep-Sea Res., 19, 833 - 846.

GOULD, W.J. (1971) Spectral characteristics of some deep current records from the eastern North Atlantic. Phil.Trans.R.Soc.A, 270, 437 - 450.

GOULD, W.J. und W.D. McKEE (1973) Vertical structure of semi-diurnal tidal currents in the Bay of Biscay. Nature, 244, (5411), 88 - 91.

HASSELMANN, K. (1970) Wavedriven inertial oscillations. Geophys.Fluid Dyn., 1, 463 - 502.

HELLAND-HANSEN, B. und F. NANSEN (1909) The Norwegian Sea Norw. Fish and Mar. Invest. 2.

HOLLAN, E. (1973) Tiefenkarte vom zentralen Teil des östlichen Gotlandbeckens. Dtsch.Hydrogr.Z., 26, 114 - 118.

HORN, W., W. HUSSELS und J. MEINCKE (1971) Schichtungs- und Strömungsmessungen im Gebiet der Großen Meteorbank. "Meteor"-Forsch.Ergebn.A, 9, 31 - 46.

JEFFREYS, H. (1920) Tidal friction in shallow seas.
Phil.Trans.R.Soc. A, 221.

JENKINS, G.M. und D.G. WATTS (1968) Spectral analysis
and its applications. San Francisco, 525 S.

KELLER, J.B. und V.C. MOW (1969) Internal wave propa-
gation in an inhomogeneous fluid of non-uniform depth.
J.Fluid Mech., 38, 365 - 374.

KEUNECKE, K.H. (1973) On the observation of internal
tides at the continental slope of the coast of Norway.
"Meteor" Forsch.-Ergebn. A, 12, 24 - 36.

KIELMANN, J., W. KRAUSS und L. MAGAARD (1969) Über die
Verteilung der kinetischen Energie im Bereich der
Trägheits- und Seichesfrequenzen der Ostsee im August
1964 (Internationales Ostseeprogramm). Kieler Meeres-
forsch., 25, 245 - 254.

KIELMANN, J., W. KRAUSS und K.H. KEUNECKE (1973) Currents
and stratification in the Belt Sea and the Arcona Basin
during 1962 - 1968. Kieler Meeresforsch., 24 (2).

KRAUSS, W. (1964) Interne Wellen in einem exponentiell
geschichteten Meer. Kieler Meeresforsch., 20, 109 - 123.

KRAUSS, W. (1966) Methoden und Ergebnisse der Theore-
tischen Ozeanographie. Bd.II: Interne Wellen. Berlin,
248 S.

KRAUSS, W. (1972) Wind-generated internal waves and
inertial-period motions. Dtsch.Hydrogr.Z., 25, 241 - 250.

KRAUSS, W. (1974) Wind-produced Ekman currents and
internal waves and their interaction with surface tides.
IAPSO Conf. Reports., Melbourne.

MAGAARD, L. (1962) Zur Berechnung interner Wellen in
Meeresräumen mit nicht-ebenen Böden bei einer speziellen
Dichteverteilung. Kieler Meeresforsch., 18, 161 - 183.

- MAGAARD, L. (1968) Ein Beitrag zur Theorie der internen Wellen als Störungen geostrophischer Strömungen. Dtsch.Hydrogr.Z., 21, 241 - 278.
- MAGAARD, L. und W.D. McKEE (1973) Semi-diurnal tidal currents at 'site D'. Deep-Sea Res., 20, 997 - 1010.
- MAGAARD, L. und W. KRAUSS (1967) Internal waves at diamond stations during the International Iceland-Faroe Ridge Expedition, May-June, 1960. Rapp. et Proc.Verb., 157, 173 - 183.
- MEINCKE, J. (1971) Der Einfluß der Großen Meteorbank auf Schichtung und Zirkulation der ozeanischen Deckschicht. "Meteor" Forsch.-Ergebn.A,9, 67 - 94.
- MOOERS, C.N.K. (1970) The effects of horizontal density gradients and sloping boundaries on the propagation of inertial-internal waves. Conf.Rep. 2nd Coll. on the Hydrodyn. of the Ocean, Liège, 108 - 140.
- MOOERS, C.N.K. (1973) A technique for the cross spectrum analysis of pairs of complex-valued time series, with emphasis on properties of polarized components and rotational invariants. Deep-sea Res., 20, 1129 - 1142.
- MORK, M. (1968) On the formation of internal waves caused by tidal flow over a bottom irregularity. Univ.Bergen, Geophys.Inst. Spec.Publ., 21 S.
- OLBERS, D.J. (1974) Energy balance of small-scale internal waves in the deep sea. Conf.Abstr. 55th AGU meeting, Washington.
- PEKERIS, C. und Y. ACCAD (1969) Solution of Laplace's equation for the M_2 tide in the world ocean. Phil.Trans. R.Soc. A, 265, 413² - 436.
- PHILLIPS, O.M. (1966) The dynamics of the upper ocean. Cambridge, 261 S.
- POLLARD, R.T. und R.C. MILLARD (1970) Comparison between observed and simulated wind-generated inertial oscillations. Deep-sea Res., 17, 813 - 824.

RATTRAY, M.J. (1960) On the coastal generation of internal tides. *Tellus*, 12, 54 - 62.

RATTRAY, M.J., J.G. DWORSKI und P.E. KOVALA (1969) Generation of long internal waves at a continental slope. *Deep-sea Res.*, 16 Suppl., 179 - 195.

REGAL, R. (1970) A study of current meter observations of the semi-diurnal baroclinic tide of the Western North Atlantic. M.Sc thesis M.J.T.-W.H.O.I.

REGAL, R. und C. WUNSCH (1973) M_2 tidal currents in the Western North Atlantic. *Deep-sea Res.*, 20, 493 - 502

SANDSTRÖM, H. (in press) On topographic generation and coupling of internal waves. *Geophys. Fluid Dyn.*

SAUNDERS, P.M. (1969) Anticyclonic eddies formed from shoreward meanders of the Gulf Stream. *Deep-sea Res.*, 18, 1207 - 1219.

SCHOTT, F. (1971a) On horizontal coherence and internal wave propagation in the North Sea. *Deep-sea Res.*, 18, 291 - 307.

SCHOTT, F. (1971b) Spatial structure of inertial-period motions in a two-layered sea, based on observations. *J. Mar. Res.*, 29, 85 - 102.

SCHOTT, F. (1972) On the determination of internal wave parameters. *Geophys. Fluid Dyn. Lecture Notes*, 2, 82 - 96.

SCHOTT, F. und M. EHRHARDT (1973) Eine hydrographisch orientierte Diskussion chemischer Messungen während der Expedition "Norwegische See 1969". *"Meteor" Forsch. Ergebn. A*, 12, 37 - 52.

SCHOTT, F. und J. WILLEBRAND (1973) On the determination of internal wave directional spectra from moored instruments. *J. Mar. Res.*, 31, 116 - 134.

- SCOR, W.G. 21 (1968) On continuous current velocity measurements. An intercomparison of some current meters. UNESCO Techn. Papers, 11, 70 S.
- SIEDLER, G. (1974) The fine-structure contamination of vertical velocity spectra in the deep ocean. Deep-sea Res., 21, 37 - 46.
- SIEDLER, G. (in press) Observations of internal wave coherence in the deep ocean. Deep-sea Res.
- TURNER, J.S. (1973) Buoyancy effects in fluids. Cambridge, 367 S.
- WEBB, D.J. (1973) On the age of the semi-diurnal tide. Deep-sea Res., 20, 847 - 852.
- WEBSTER, F. (1968) Observations of inertial-period motions in the deep sea. Rev. Geophys., 6, 473.
- WEBSTER, F. (1969) Vertical profiles of horizontal ocean currents. Deep-sea Res., 16, 85 - 98.
- WEBSTER, F. (1971) On the intensity of horizontal ocean currents. Deep-sea Res., 18, 885 - 893.
- WOODS, J. (1973) Space-time characteristics of turbulence in the seasonal thermocline. Presented at: 5 th Coll. Hydrodyn. Liège.
- WUNSCH, C. (1969) Progressive internal waves on slopes. J. Fluid. Mech., 35, 131 - 144.
- WUNSCH, C. und R. HENDRY (1972) Array measurements of the bottom boundary layer and the internal wave field on the continental slope. Geophys. Fluid Dyn., 4, 101 - 145.
- ZEILON, N. (1934) Experiments on boundary tides. Medd. Göteborgs Högskolas Oceanogr. Inst., 8.
- ZURMÜHL, R. (1965) Praktische Mathematik. Berlin, 561 S.

Anhang A

Tab. 3.3.1: Die Koeffizienten D_{ν}^{mn} in Formel (3.3.11) *)

$$D_{\nu}^{mn}(\phi_j, \rho_j, \alpha)$$

$$D_0^{mn}(\phi_j, \rho_j)$$

$$D_{\nu}^{11} = \frac{1}{2}(\omega^2 + f^2) C_{\nu}^{(0)} - \frac{1}{2}(\omega^2 - f^2) C_{\nu}^{(2)}$$

$$D_0^{11} = (\omega^2 + f^2) - (\omega^2 - f^2) \gamma_j \cos 2\phi_j$$

$$D_{\nu}^{22} = \frac{1}{2}(\omega^2 + f^2) C_{\nu}^{(0)} + \frac{1}{2}(\omega^2 - f^2) C_{\nu}^{(2)}$$

$$D_0^{22} = (\omega^2 + f^2) + (\omega^2 - f^2) \gamma_j \cos 2\phi_j$$

$$D_{\nu}^{33} = C_{\nu}^{(0)}$$

$$D_0^{33} = 2$$

$$D_{\nu}^{12} = i\omega f C_{\nu}^{(0)} + \frac{1}{2}(\omega^2 - f^2) S_{\nu}^{(0)}$$

$$D_0^{12} = 2i\omega f + (\omega^2 - f^2) \gamma_j \sin 2\phi_j$$

$$D_{\nu}^{13} = -\omega S_{\nu}^{(1)} - if C_{\nu}^{(1)}$$

$$D_0^{13} = 2\gamma_j (-\omega \sin \phi_j - if \cos \phi_j)$$

$$D_{\nu}^{23} = -\omega C_{\nu}^{(1)} + if S_{\nu}^{(1)}$$

$$D_0^{23} = 2\gamma_j (-\omega \cos \phi_j + if \sin \phi_j)$$

$$D_{\nu}^{mn} = D_{\nu}^{nm*}$$

Dabei ist

und

$$\gamma_0 = 1, \gamma_{\nu+1} = \gamma_{\nu} \frac{\rho_j - \nu}{\rho_j + \nu + 1}$$

$$\left. \begin{matrix} S_{\nu}^{(r)} \\ C_{\nu}^{(r)} \end{matrix} \right\} = \gamma_{\nu+r} \frac{\sin(r\phi_j - \nu[\alpha - \phi_j - \pi])}{\cos(r\phi_j - \nu[\alpha - \phi_j - \pi])} + \gamma_{\nu-r} \frac{\sin(r\phi_j + \nu[\alpha - \phi_j - \pi])}{\cos(r\phi_j + \nu[\alpha - \phi_j - \pi])}$$

*) vergl. SW 73

Anhang B

Zeitreihen der Strömungen bei SITE D,
CINECA 037, Meteorbank T2

sowie der

Strömungen und Temperaturschwankungen
bei "GOTLAND'70" - S3

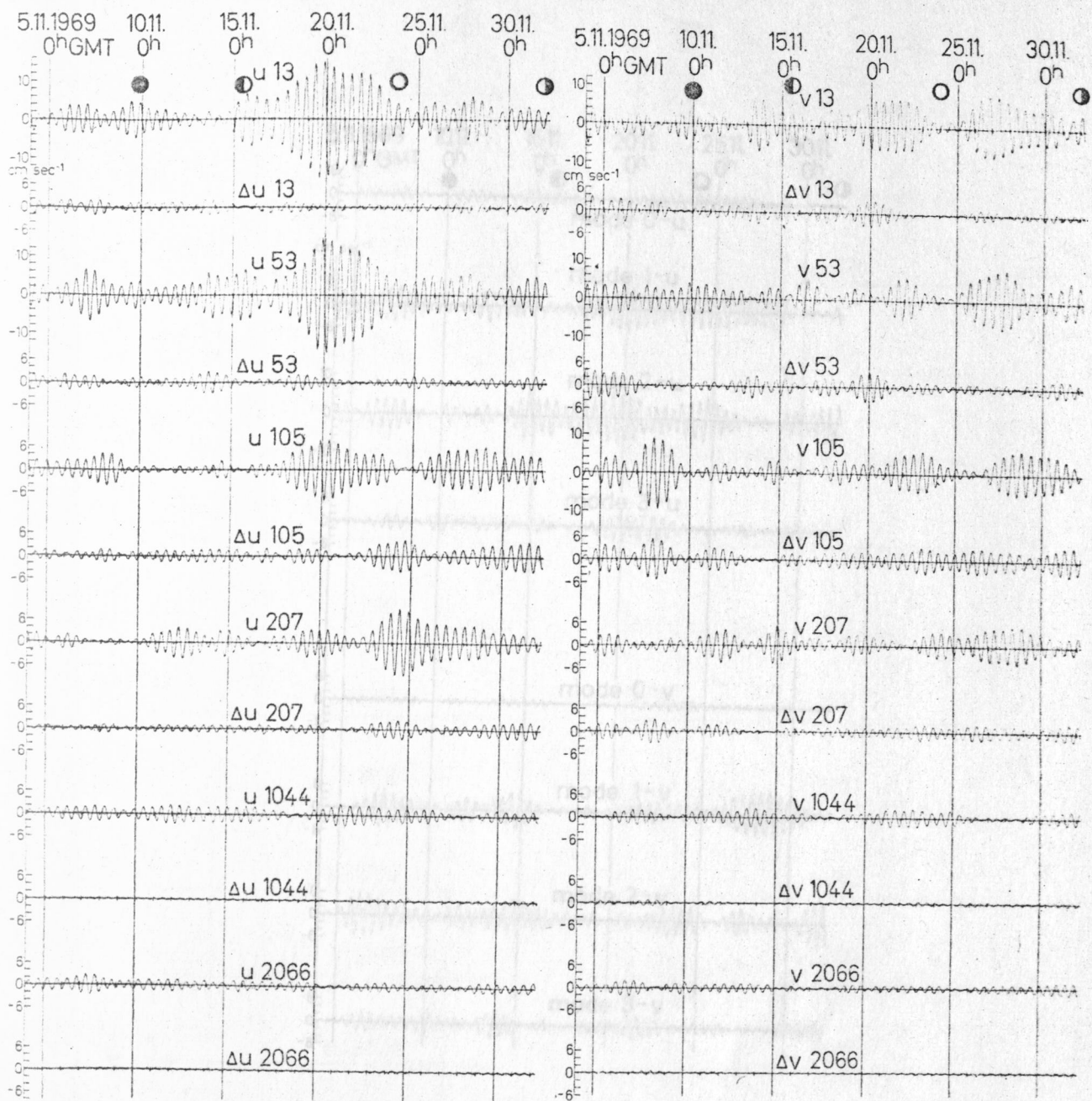


Abb.6.5.1a: Gefilterte Zeitreihen der Ost (u)-und Nord (v)-Komponente der Strömung in verschiedenen Tiefen bei Site D-Teil 2. Filter: Durchlaßbereich 10-14 h, 30 Filterfaktoren. Unter den Messungen jeweils die Differenzen Δu , Δv zur Approximation durch Eigenfunktionen (mit zeitvariabler Anpassung).

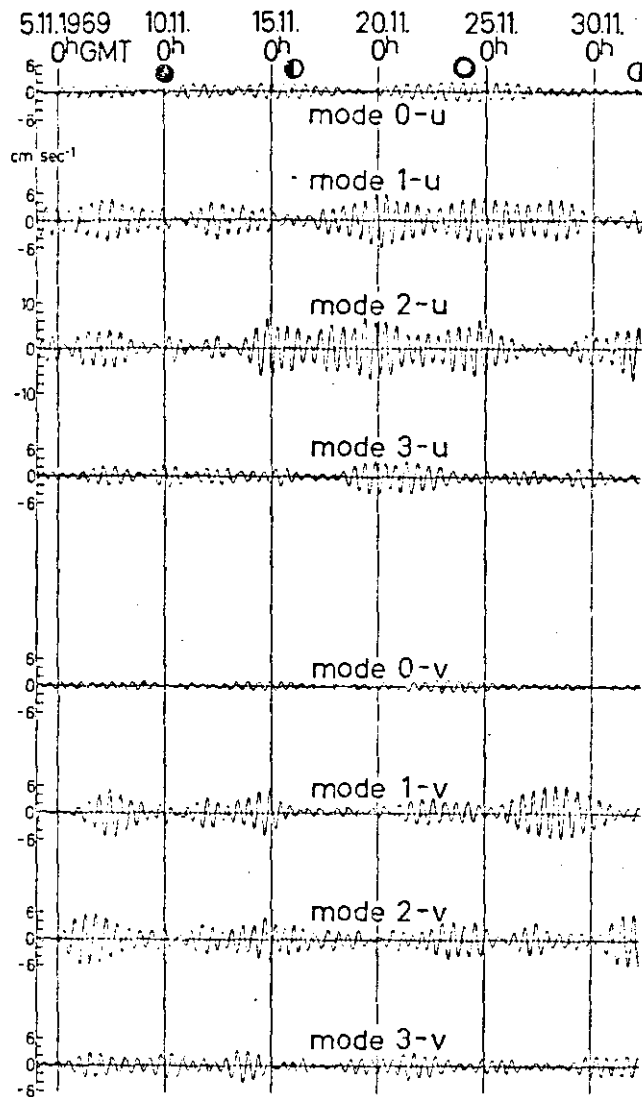


Abb.6.5.1b: Zeitreihen der Eigenfunktionen 0-3 der u-Komponente (oben) und v-Komponente (unten) gem. zeitvariabler Anpassung der Messungen in a).

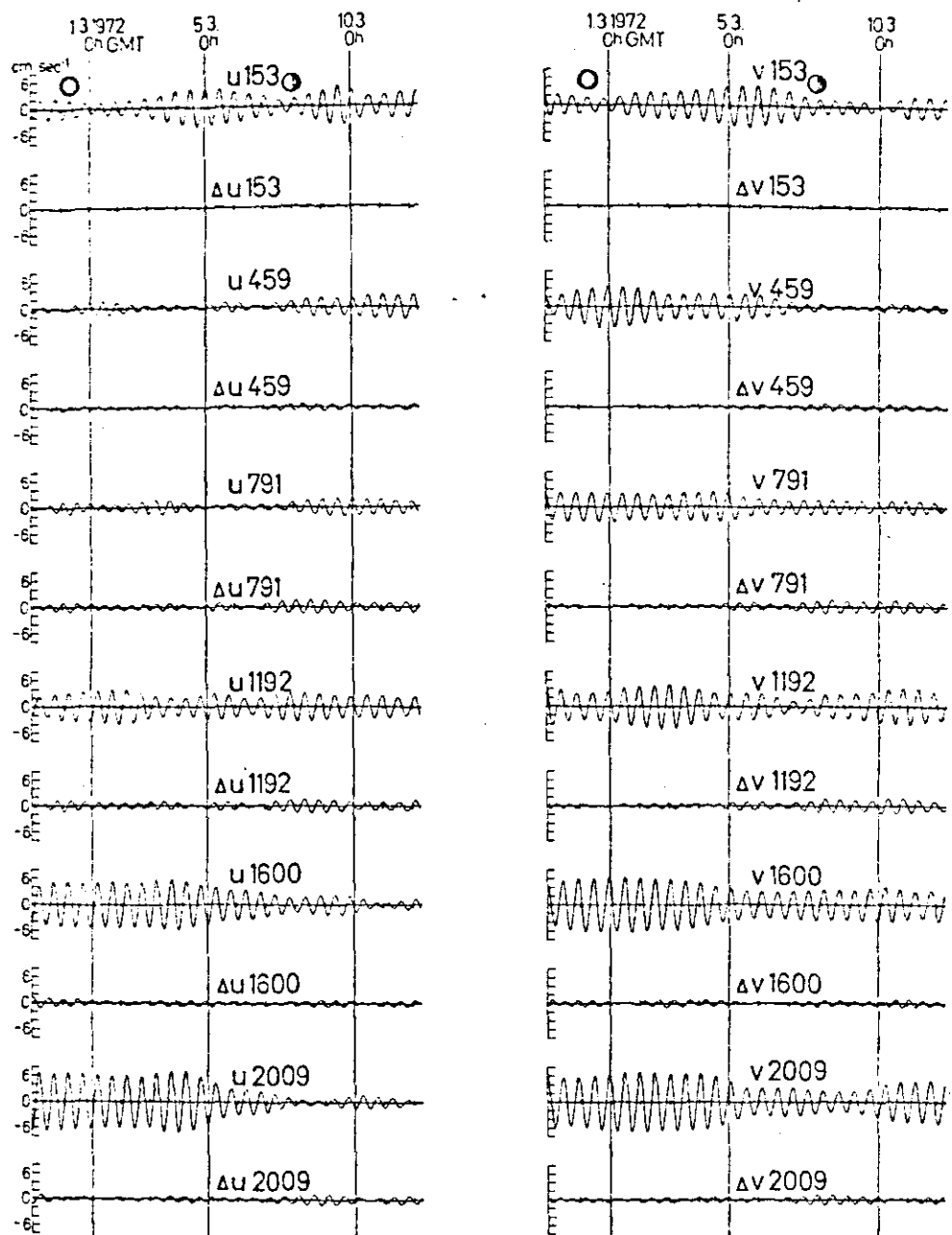


Abb.6.5.2.a: Bandpaß-gefilterte Messungen und Differenzen der Anpassung der Verankerung CINECA 037. Details s. Abb. 6.5.1.a.

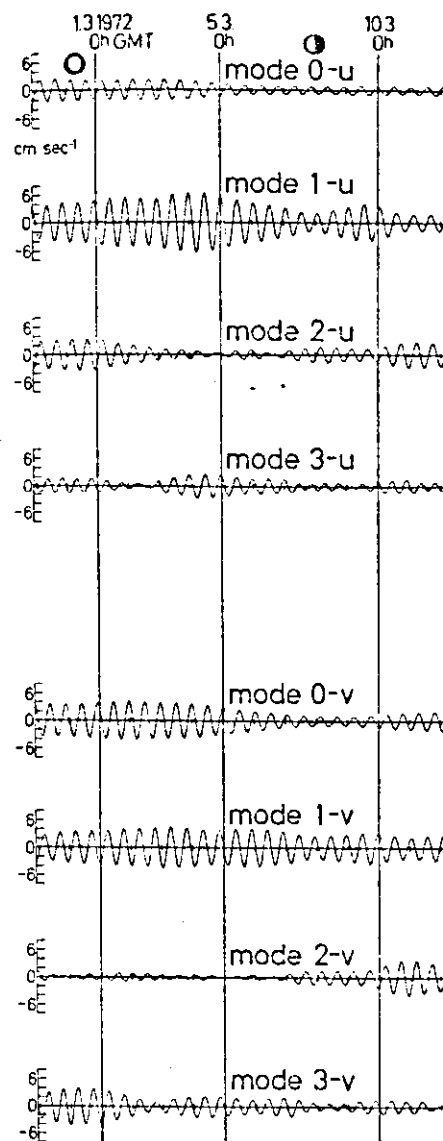


Abb.6.5.2.b: Zeitreihen der Eigenfunktionen 0-3,
CINECA 037.

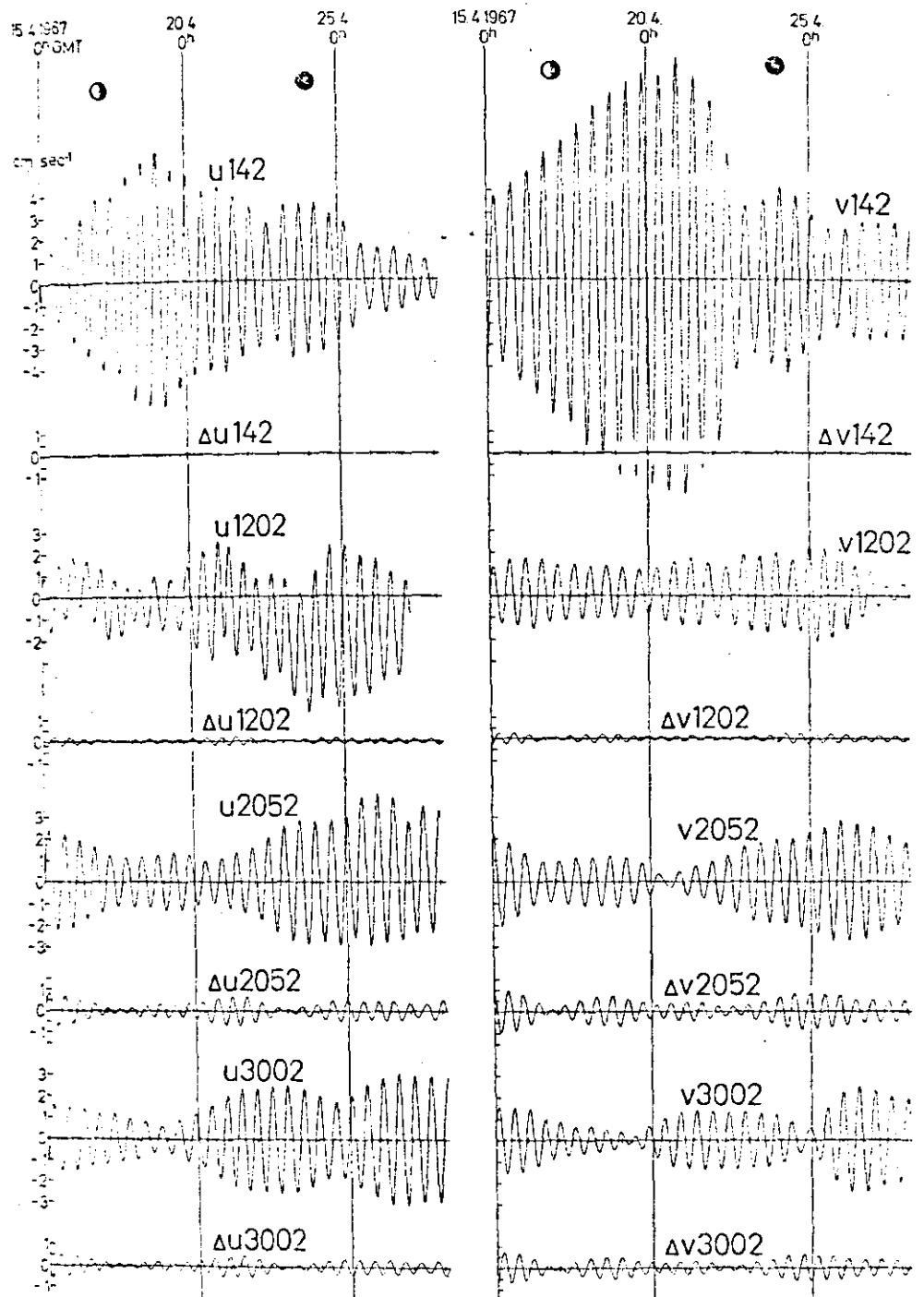


Abb.6.5.3.a: Bandpaß-gefilterte Zeitreihen und Differenzen
der Anpassung der Verankerung Meteorbank-T2.
Details siehe Abb.6.5.1.a.

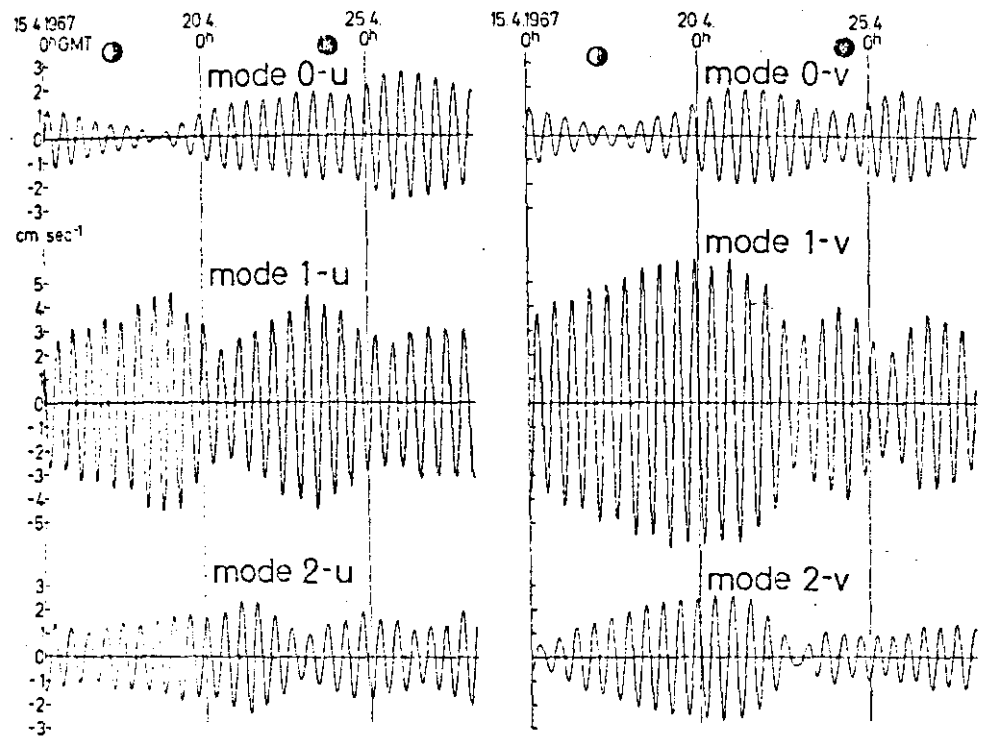


Abb.6.5.3.b: Zeitreihen der Eigenfunktionen 0-2,
Meteorbank - T2.

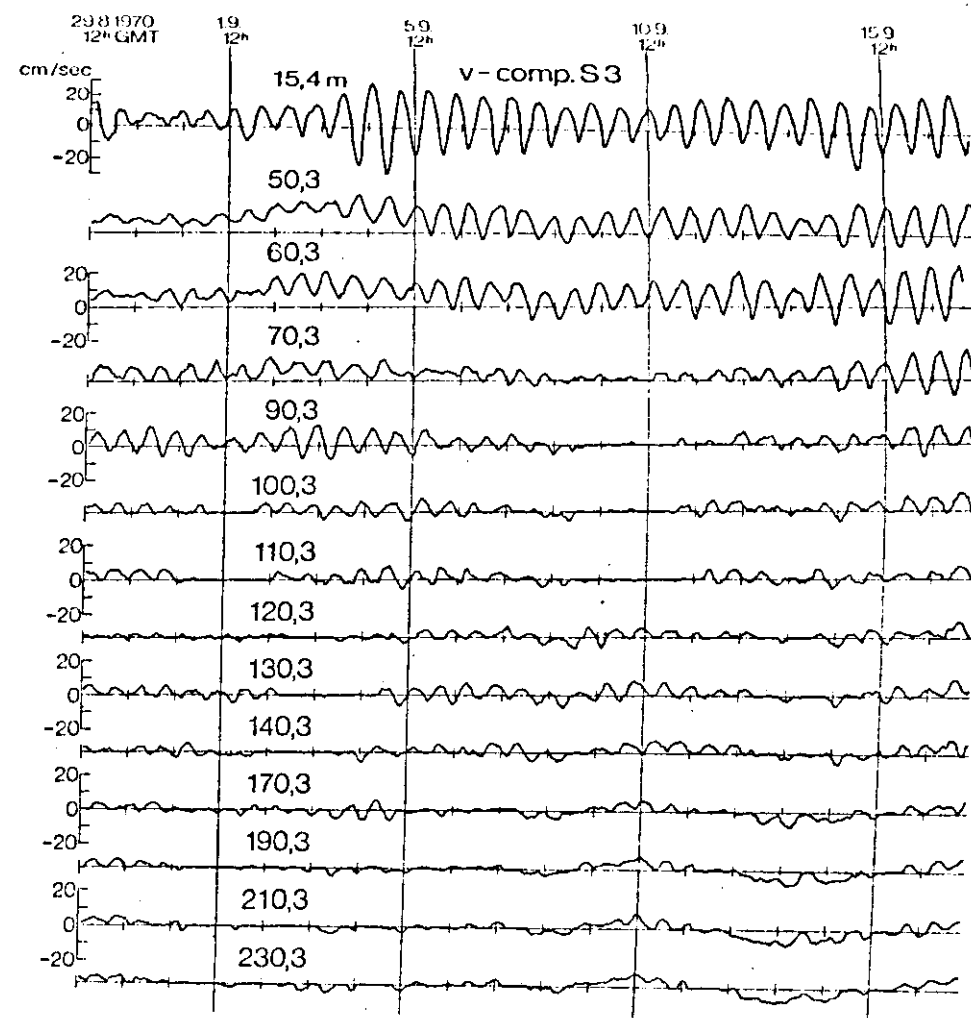
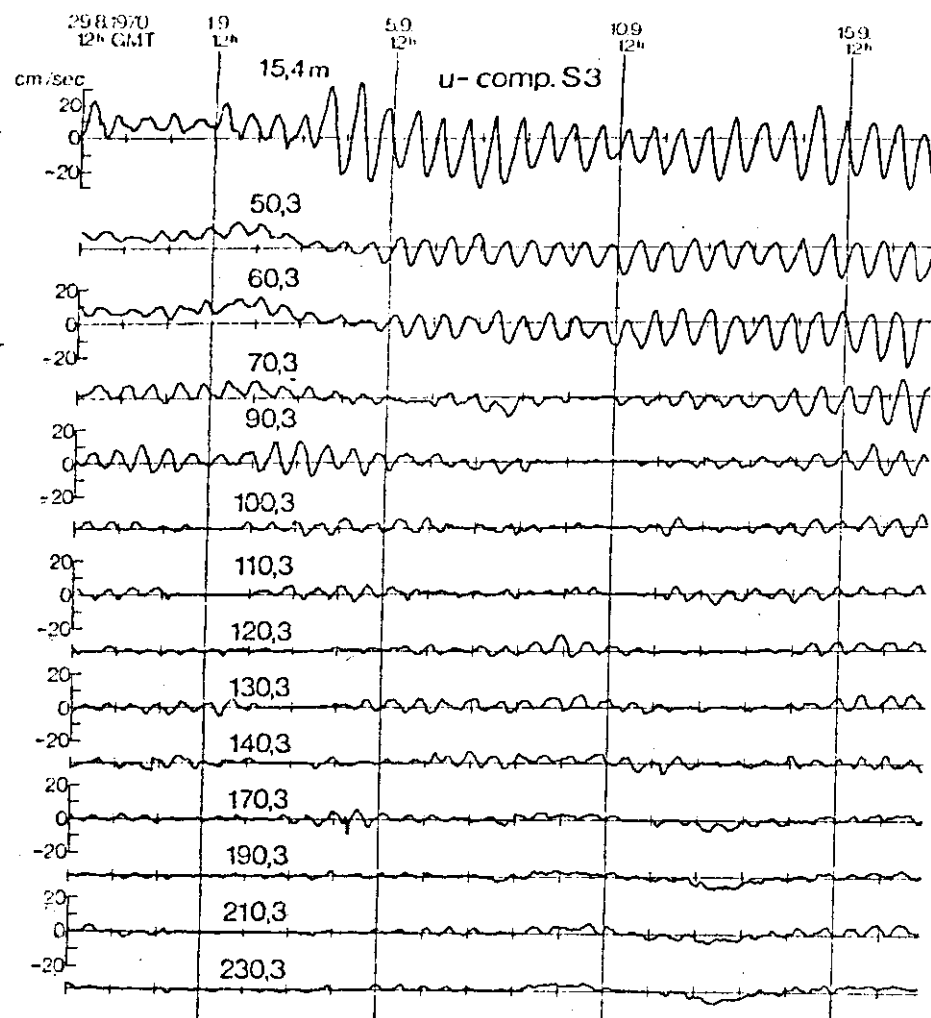


Abb.7.2.1a: Zeitreihen (Stundenmittel) der Ost-West-komponente (links) und der Nord-Süd-Komponente

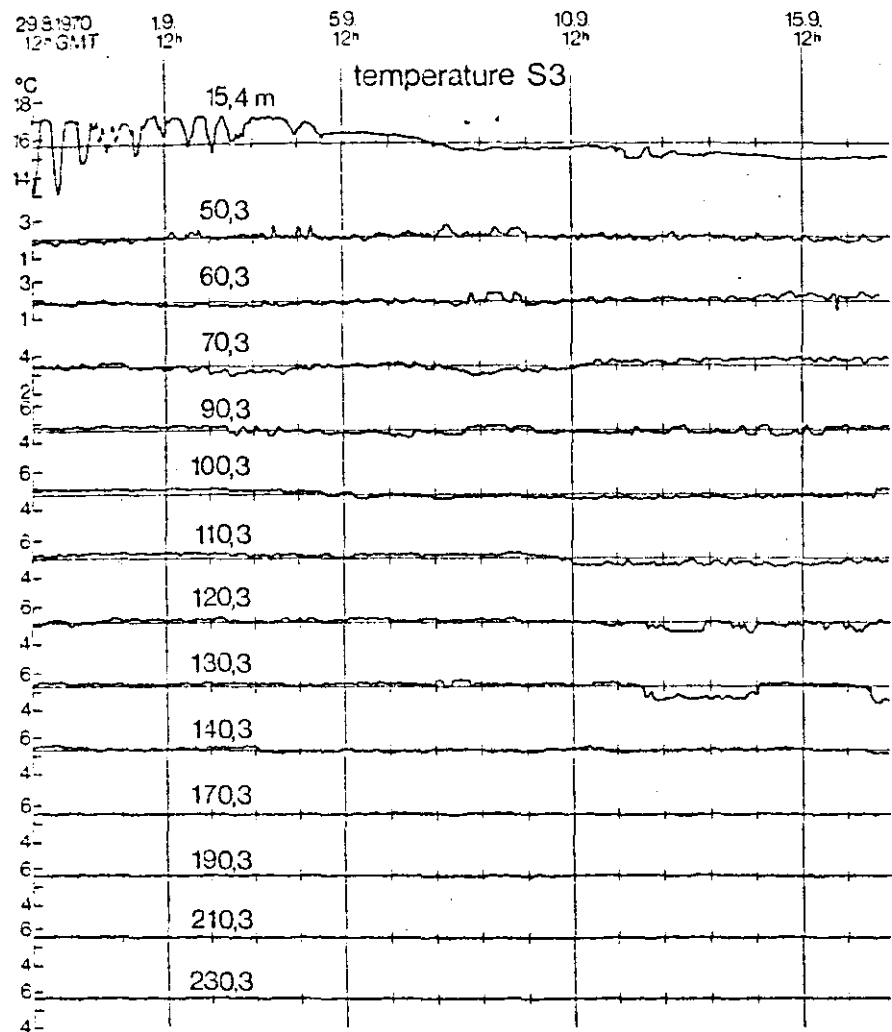


Abb.7.2.1b: Temperaturschwankungen bei Stat.S3.